

Die thermische Radiostrahlung des Erdbodens und der Atmosphäre bei 1420 Mhz und ihr Einfluß auf das Antennenrauschen

VON PETER G. MEZGER

Mit 10 Textabbildungen

(Eingegangen am 24. Oktober 1958)

I. Einleitung

Die Eigenrauschtemperatur T'_e einer Mikrowellenanlage setzt sich aus der Eigenrauschtemperatur des Empfängers $T_e = (F-1)T_0$ (F = Rauschfaktor des Empfängers) und der Rauschtemperatur der Antenne T_A additiv zusammen

$$T'_e = T_e + T_A = (F-1)T_0 + T_A. \quad (1)$$

Das Antennenrauschen wird durch das Strahlungsfeld am Beobachtungsort bedingt, dessen Intensität natürlich von der Beobachtungsrichtung, aber kaum von der Polarisation der Antenne abhängt. Sehen wir von künstlichen Radiostörungen (man made interference) ab, so bleiben im wesentlichen zwei Komponenten des Strahlungsfeldes übrig, die zu dem Rauschen einer Mikrowellenantenne beitragen: Die kosmische Radiostrahlung und die thermische Radiostrahlung des Erdbodens und der Atmosphäre.

Die Verteilung der kosmischen Radiostrahlung in der Atmosphäre wird in den radioastronomischen Durchmusterungen gemessen; eine Durchmusterung bei 1420 MHz wurde z.B. von G. WESTERHOUT [1] mit dem holländischen 25 m-Teleskop der Universitätssternwarte Leiden ausgeführt. Die kosmische Radiostrahlung stammt teils von mehr oder minder punktförmigen Radioquellen, teils von flächenhaft ausgehenden Wolken interstellaren Gases, die hauptsächlich in der Umgebung der Milchstraßenebene konzentriert sind. Die beobachteten Antennentemperaturen korrespondieren natürlich mit der Absorptionsfläche der Antenne. Die Antennentemperaturen der vier stärksten Radioquellen am Nordhimmel, die mit dem 25 m-Teleskop der Universitätssternwarte Bonn beobachtet wurden [2], liegen zwischen 253 und 20° K, die minimalen Antennentemperaturen der allgemeinen kosmischen Radiostrahlung liegen bei 15 bis 20° K. Mit steigender Frequenz nimmt die Intensität der kosmischen Radiostrahlung immer mehr ab, so daß der Einfluß auf das Antennenrauschen im Mikrowellenbereich vernachlässigbar ist. Eine Ausnahme bildet lediglich die Sonne, die im Bereich kurzer Wellenlängen die weitaus stärkste kosmische Strahlungsquelle ist. Abb. 1 zeigt die von SMERD [3] berechnete Strahlungstemperatur der „ruhigen Sonne“ in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Sind die Halbwertsbreiten ξ_E, η_H einer Parabolantenne in elektrischer und magnetischer Ebene bekannt, dann läßt sich der Zusammenhang zwischen Strahlungstemperatur T_s der Sonne und beobachteter Antennentemperatur T_A

nach [4] berechnen:

$$T_A = T_s (1 - \beta_s) \frac{R^2}{\xi_E \eta_H} \times \left\{ \ln 2 \left\{ 1 - \frac{R^2}{\xi_E^2} \cdot \frac{\ln 2}{4} - \frac{R^2}{\eta_H^2} \cdot \frac{\ln 2}{4} + \dots \right\} \right\} \quad (2)$$

Mit $R = 16'$ = Sonnenradius; ξ_E und η_H = Halbwertsbreiten der Antenne in elektrischer und magnetischer Ebene der Antenne in Winkelminuten; β_s = Streufaktor der Antenne.

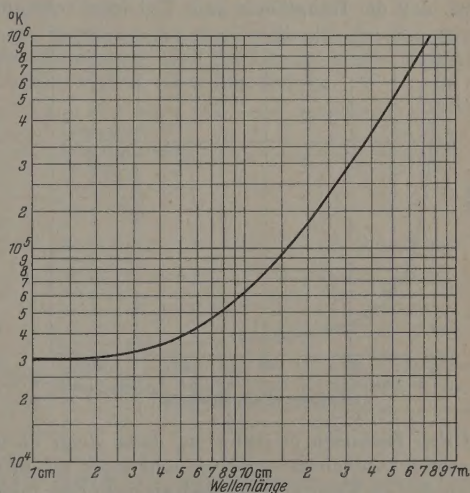


Abb. 1. Berechnete Strahlungstemperatur der Sonne. Nach SMERD [3]

Die Bedeutung des Streufaktors wird im nächsten Abschnitt erläutert. Im Falle der Bonner 25 m-Antenne ergibt sich bei 1420 MHz mit $\xi_E (\ln 2)^{-1/2} = 24,6'$, $\eta_H (\ln 2)^{-1/2} = 19,5'$, $\beta = 0,25$ und einer Strahlungstemperatur der ruhigen Sonne von rund 10^5 °K eine maximale Antennentemperatur von $T_A \approx 3 \cdot 10^4$ °K. Tatsächlich ist aber der Radius der „Radiosonne“ bei dieser Frequenz größer als $16'$, und die Strahlungstemperatur der „gestörten“ Sonne kann wesentlich höher liegen als die in Abb. 1 gezeichneten Werte, so daß wir im allgemeinen mit dem 25 m-Teleskop eine um den Faktor 2 bis 3 höhere Antennentemperatur beobachten.

Die Atmosphäre ist bei 1420 MHz für Radiowellen im wesentlichen transparent. Bei einem Elevationswinkel der Antenne von $h = 90^\circ$ (Zenit) beträgt die

Grunddämpfung der Atmosphäre etwa 1%. Mit abnehmender Elevation h nimmt die Länge des Sehstrahls in der Atmosphäre zu (Abb. 2), und entsprechend wächst auch die Dämpfung (Extinktion) der Atmosphäre. Der theoretische Verlauf der Extinktion für Wellenlängen $\lambda > 3$ cm ist nach [5] in Abb. 3 gezeichnet. In dem Maße aber, in dem die Atmosphäre Radiowellen absorbiert, emittiert sie auch selbst eine

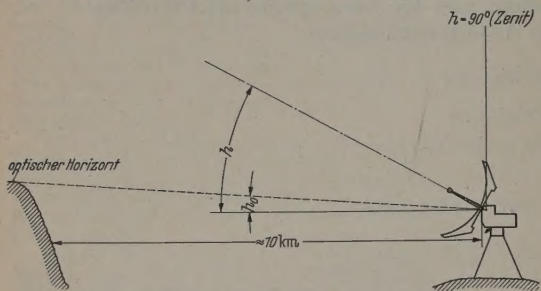


Abb. 2. Schematische Darstellung des 25 m-Radioteleskops mit Horizont und Elevationskoordinaten

Radiostrahlung, deren Intensität außer vom Elevationswinkel der Antenne von der mittleren Lufttemperatur der Atmosphäre abhängt. Wenn der Elevationswinkel der Antenne schließlich so niedrig wird, daß die Hauptkeule zum Teil oder vollständig

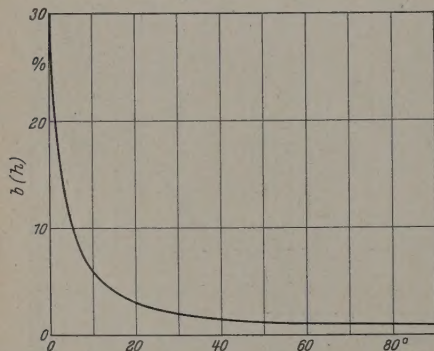


Abb. 3. Dämpfung von Radiowellen mit $\lambda > 3$ cm in der Atmosphäre. Nach MAINKA [5]

auf den Erdboden gerichtet ist, dann steigt die beobachtete Antennentemperatur sehr stark an, da der Erdboden im Mikrowellenbereich als mehr oder minder idealer schwarzer Körper gemäß seiner Oberflächentemperatur strahlt.

Für Richtfunk- und Radarantennen ergeben sich je nach der Position der Antenne Antennentemperaturen zwischen 40 und 250° K. Gegenüber den Eigenrauschtemperaturen der konventionellen Überlagerungs- und Wanderfeldverstärker sind solche Antennentemperaturen noch immer um eine Größenordnung kleiner und wurden daher kaum beachtet. Durch die Entwicklung der Molekularverstärker (MASER) in den vergangenen Jahren ist jedoch der Einsatz von Mikrowellenverstärkern mit Eigenrauschtemperaturen von einigen 10° K in greifbare Nähe gerückt; damit würde aber auch die Grenzempfindlichkeit eines Mikrowellenverstärkers ganz wesentlich durch das Antennenrauschen bestimmt werden.

Durch die Erfindung der Molekularverstärker gewinnt noch ein weiteres — zunächst ganz unerwarte-

tes — Ergebnis unserer Beobachtungen der thermischen Radiostrahlung des Erdbodens an Bedeutung. Es zeigt sich nämlich, daß schon das Winkelaufstellungsvermögen unserer 25 m-Antenne bei $\lambda = 21$ cm um ein grobes, aber deutlich erkennbares Radiobild der Erdoberfläche aus deren thermischer Eigenstrahlung zu erhalten. Im mm-Wellenbereich sind schon relativ kleine Antennen von nur 1 m Spiegeldurchmesser ein wesentlich besseres Auflösungsvermögen haben; da außerdem die Intensität der thermischen Radiostrahlung mit steigender Frequenz zunimmt, scheint es durchaus möglich, in diesem Frequenzbereich ein brauchbares thermisches Radiobild der Erdoberfläche zu erhalten.

II. Das 25 m-Radioteleskop und seine Eichung

Die im folgenden beschriebenen Messungen wurden mit dem Kontinuempfänger des 25 m-Radioteleskops der Radiosternwarte Stockert der Universität Bonn ausgeführt. Dieser Empfänger hat eine Bandbreite von 0,9 MHz; als seine Bandmittenfrequenz wurde 1419 MHz gewählt. Der Kontinuempfänger arbeitet nach dem Direktmeßverfahren, bei dem Antennenrauschen und Empfängerrauschen vermischt und an einem — im allgemeinen linearen — Richterrichter demoduliert werden. Dann wird die gemessene Rauschspannung in einem RC-Tiefpaßmittel und der Mittelwert \bar{u}_e dieser Gleichspannung bis auf einen geringen Rest kompensiert. Die Empfindlichkeitserhöhung am Gleichrichter, die durch ei-

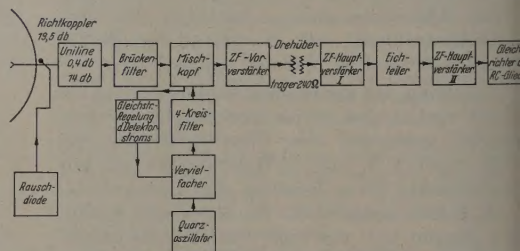


Abb. 4. Blockschaltbild des Kontinuempfängers des 25 m-Radioteleskops

höhung der Antennentemperatur hervorgerufen werden kann mit einem empfindlichen Schreiber registriert werden. Abb. 4 zeigt das Blockschaltbild des verwendeten Kontinuempfängers. Eine Uniline koppelt Antenne und Empfänger; Spiegel- und wellenempfang werden durch ein Brückenfilter drückt. Über den Richtkoppler, der sich noch vor der Uniline befindet, kann eine Rauschdiode an den Empfängereingang gekoppelt werden. Die Empfindlichkeitserhöhung geschieht mit einem heizbaren Absorber, der an Stelle der Antenne auf den Empfängereingang geschaltet wird. Dieser Umweg ist notwendig, da der Empfänger nur dann in seinem Arbeitsbereich ($T_A \approx 0^\circ$ K) geeicht wird, wenn dabei gleichzeitig auf einen kalten Himmelpunkt gerichtete Antenne auf den Empfängereingang geschaltet ist. Eine ausführlichere Beschreibung dieser Eichmethode findet sich in [2].

Das thermische Strahlungsfeld an der Erdoberfläche ist stark von der Beobachtungsrichtung abhängig. Sei $T_e(\varphi, \theta)$ die Verteilung der Strahlung

temperatur¹, $f(\varphi, \vartheta)$ die Charakteristik der betrachteten Antenne, dann ergibt sich am Empfängereingang die Antennentemperatur

$$T_A = \frac{G_0}{4\pi} \int_{\text{Kugel}} T_s(\varphi, \vartheta) f(\varphi, \vartheta) d\Omega \quad (3)$$

G_0 der Gesamtgewinn der Antenne ist. Physikalisch bedeutet der Begriff der Antennentemperatur, daß an Stelle der Antenne auf den Empfängereingang ein ohmscher Widerstand die Temperatur T_A °K haben müßte, damit dem Empfänger dieselbe Eingangsleistung angeboten wird.

Die wahre Antennencharakteristik eines Radioteleskops wird für radioastronomische Messungen üblicherweise durch die Hauptkeulencharakteristik f_H und eine — in erster Näherung homogen über den Streubereich verteilte — Streukeule approximiert, die durch ihren Streufaktor β_s beschrieben ist. Befände sich die Antenne in einem isotropen Strahlungsfeld, dann würde der Anteil $(1 - \beta_s)$ der gemessenen, von der Antenne aufgenommenen Strahlung aus dem Hauptkeulenbereich, der Anteil β_s aus dem Streubereich stammen. Die Hauptkeulencharakteristik des Bonner 25 m-Teleskops, und wohl der meisten Parabolantennen, läßt sich sehr gut durch eine zweidimensionale Gauß-Verteilung

$$f_H = \exp \left\{ -\frac{\xi^2}{\alpha^2} - \frac{\eta^2}{\beta^2} \right\} \quad (4)$$

beschrieben werden. Die Streuparameter α, β hängen dabei mit den Halbwertsbreiten ξ_E, η_H der Antenne in elektrischer bzw. magnetischer Ebene über die Beziehung

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (\ln 2)^{-1/2} \xi_E = 24,6' \\ \beta &= (\ln 2)^{-1/2} \eta_H = 19,5' \end{aligned} \right\} \quad (4a)$$

zusammen, wobei die numerischen Werte für das Bonner 25 m-Teleskop bei 1420 MHz gelten. Der Streufaktor β_s liegt für Parabolantennen etwa zwischen 20 und 30 %; speziell für unseren 25 m-Spiegel findet sich [2]

$$\beta_s = 0,25. \quad (5)$$

Die Orientierung des Koordinatensystems ξ, η relativ zum Empfangsdipol bzw. zum azimutalen Koordinatensystem a, h ist aus Abb. 5 ersichtlich. Die eingezeichnete Halbwertsellipse entsteht, wenn man durch (4) einen Schnitt in der Höhe $f_H = 1/2$ legt. Nun erhält man die Gl. (3) für die beobachtete Antennentemperatur in der Form

$$T_A = \frac{(1 - \beta_s)}{\pi \alpha \beta} \iint_{-\infty}^{+\infty} d\xi d\eta T_s(\xi, \eta) \cdot e^{-\frac{\xi^2}{\alpha^2} - \frac{\eta^2}{\beta^2}} + \beta_s T_m \quad (6)$$

beschreiben, wobei für T_m ein geeigneter Mittelwert über die Strahlungstemperatur im Streukeulenbereich zu setzen ist. Die mittlere quadratische Schwankung der gemessenen Antennentemperatur ist beim Direktmeßverfahren ohne Spiegelwellenempfang nach [6]

$$\Delta T = \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{T'_s}{\sqrt{\tau B}}, \quad (7)$$

¹ Jeder beobachteten Strahlungsintensität kann im Radiofrequenzbereich mittels des Raleigh-Jeansschen Gesetzes zunächst rein formal eine Strahlungstemperatur T_s zugeordnet werden.

wo $T'_s = T'_e + T_A$ = gesamtes Empfängerrauschen, B = HF-Bandbreite des Empfängers, τ = Zeitkonstante des integrierenden Tiefpasses ist. Abgesehen

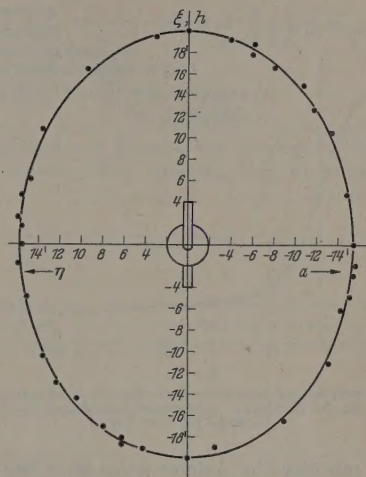


Abb. 5. Schnitt durch die Hauptkeule der Antenne. Der Zeichnung ist die Orientierung des Koordinatensystems ξ, η zum Dipol zu entnehmen. Außerdem sieht man die Lage der Halbwertsellipse im azimutalen Koordinatensystem a, h .

vom Empfängerrauschen bestimmt also das Produkt aus Bandbreite mal Zeitkonstante die theoretische Meßgenauigkeit eines Empfängers.

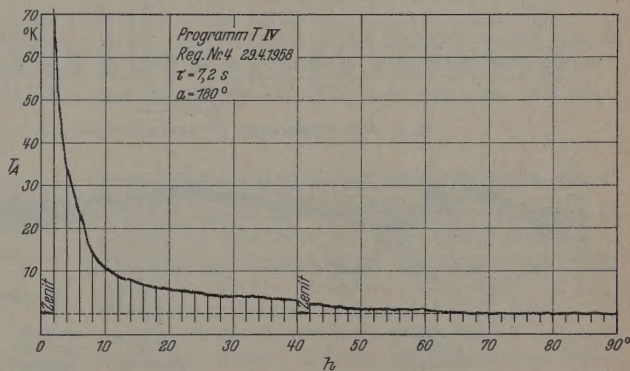


Abb. 6. Typische Registrierung der Strahlungstemperatur der Atmosphäre relativ zum Zenit

III. Die Thermische Radiostrahlung der Atmosphäre und des Erdbodens bei 1420 MHz

Die thermische Radiostrahlung der Atmosphäre wurde von uns zunächst mit dem Ziel untersucht, eine indirekte Kontrolle der Extinktionskurve (Abb. 3) zu erhalten. Zu diesem Zweck wurde die Änderung der Antennentemperatur registriert, während die Antenne vom Zenit in Richtung auf den Horizont bewegt wurde. Abb. 6 zeigt eine derartige Registrierung. Zur Kontrolle der Verstärkernulllinie wurde die Registrierung zweimal kurz unterbrochen und die Antenne wieder in die Stellung „Zenit“ gefahren. Sobald die Hauptkeule der Antenne den Horizont berührt, beginnt die beobachtete Antennentemperatur steil anzusteigen. Der Verlauf dieses Anstiegs ergibt sich aus der Faltung der Antennencharakteristik mit der Temperaturverteilung $T_s(a, h)$ am Horizont, die zunächst

noch unbekannt ist; doch ist die Abhängigkeit dieser Temperaturverteilung von der Elevationskoordinate sicher um so viel stärker, daß wir in dem Faltungs-

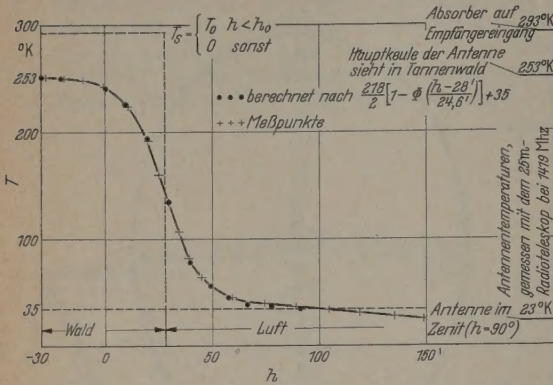


Abb. 7. Gemessene und berechnete Änderung der Antennentemperatur in der Umgebung des Horizonts. Antennentemperskala des 25 m-Radioteleskops bei 1419 MHz

integral mit einer im Azimut konstanten Strahlungstemperatur rechnen, also $T_s(a, h) = T_s(h)$ setzen können. Indem wir ξ durch die Elevationskoordi-

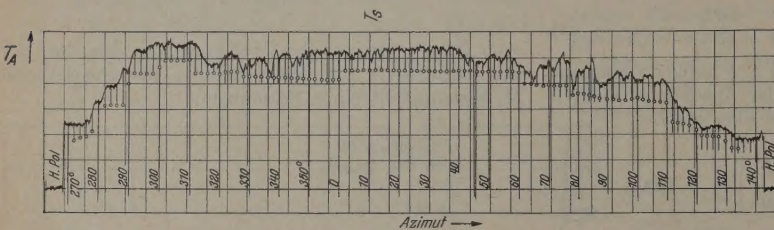


Abb. 8. Originalregistrierung der Antennentemperatur $h=0^\circ$

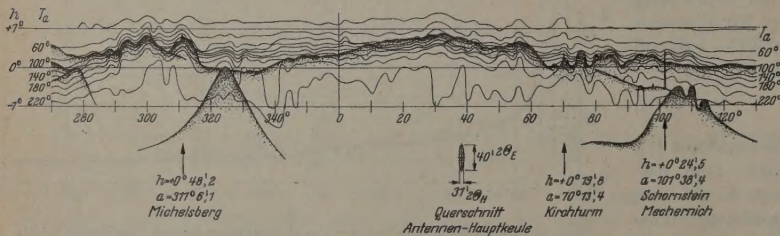


Abb. 9. Radiobild des Horizonts. Die schwarz ausgelegten Konturen sind das optische Bild des Horizonts, in das die Linien konstanter Antennentemperatur eingezeichnet sind

nate h ersetzen (Abb. 5), schreibt sich das Faltungsintegral in der Form

$$T_A(h) = \frac{(1-\beta_s)}{\pi\alpha\beta} \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \cdot e^{-\frac{\eta^2}{\beta^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dh' \cdot e^{-\frac{(h-h')^2}{\alpha^2}} \times \left. \begin{aligned} & T_s(h') + \beta_s \cdot T_m \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Setzen wir nun versuchsweise für die unbekannte Verteilung der Strahlungstemperatur $T_s(h)$ am Horizont eine Sprungfunktion

$$T_s(h) = \begin{cases} T_0 & \text{für } h < h_0 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (9)$$

wo h_0 die Höhe des optischen Horizonts bedeutet, dann ergibt die Auswertung des Faltungsinte-

grals (8)

$$T_A(h) = \frac{T_0(1-\beta_s)}{\pi^{\frac{1}{2}}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} \alpha z + \beta_s \cdot T_m \\ = \frac{(1-\beta_s)}{2} \cdot T_0 \left[1 - \Phi\left(\frac{h-h_0}{\alpha}\right) \right] + \beta_s T_m$$

Diese Funktion ist für $T_0 = 293^\circ \text{K}$, $T_m = 3^\circ \text{K}$, $\beta_s = 0,25$ (5), $\alpha = 24,6'$ (4a) $h_0 = 28'$ in Abb. 7 zu men mit den Meßwerten gezeichnet. Die Änderung der Strahlungstemperatur beim Übergang Luft-boden erfolgt also offenbar sprunghaft. In das Bild sind auch noch die wichtigsten Punkte der dem 25 m-Teleskop beobachteten Antennentemperskala eingezeichnet. Wesentliches Merkmal der Skala ist, daß ihr Fixpunkt durch einen an Stelle der Antenne auf den Empfängerseingang geschalteten Absorber bestimmt wird.

Der Erdboden strahlt allerdings nicht überall eine konstante Strahlungstemperatur. Vielmehr ist die Registrierung Abb. 8, bei der die Antenne mit konstanter Elevation $h = -1^\circ$ im Azimut gewandert wurde, daß sich die Strahlungstemperatur des Bodens je nach der Oberflächenbeschaffenheit ändert. Tannenwälder scheinen im Mikrowellenbereich einem schwarzen Strahler am nächsten zu kommen.

Die Idee lag nun nahe, die thermische Radiostrahlung des Erdbodens in Abhängigkeit von Azimut und Elevation zu untersuchen. Die Antenne wurde bei konstanten Elevationswinkeln $h = -1^\circ$; 0° ; $+0,5^\circ$; $+1^\circ$; $+1,5^\circ$ im Azimut von $a = 270^\circ$ bis $a = 130^\circ$ gewandert und die Linien konstanter Antennentemperatur eingezeichnet. Es ist überraschend, wie gut dann das „Radiobild“ des Horizonts mit dem optischen Bild übereinstimmt (Abb. 9). Aus der Abweichung

der beobachteten Strahlungstemperaturen von der berechneten Strahlungstemperatur eines schwarzen Körpers läßt sich natürlich auch der Reflexkoeffizient von Mikrowellen für die beobachtete Fläche bestimmen.

Für Elevationswinkel $h > h_0$ ist das Ansteigen der Antennentemperaturen mit abnehmender Elevation bedingt, die ja im gleichen Maße, in der sie Reflektivität absorbieren, auch Radiowellen emittieren. Man kann eine mittlere Strahlungstemperatur T_L der Atmosphäre voraussetzen, die für alle Elevationswinkel konstant bleibt. Dann müßte die beobachtete Strahlungstemperatur der Atmosphäre durch $T_s(h) = b(h) \cdot T_L$ gegeben sein, wo $b(h)$ die Dämpfung der Atmosphäre in Abhängigkeit vom Elevationswinkel ist (Abb. 3). In Ab-

diese Kurve für eine mittlere Lufttemperatur 230° K zusammen mit den Meßpunkten eingezeichnet, wobei die Temperaturskala der beobachteten Antennentemperaturen willkürlich so gelegt wurde, $T_L(90^\circ) = 2,3^\circ \text{ K}$ ist. Die Übereinstimmung zwischen theoretischer Kurve und Meßwerten ist nicht gut. Das läßt sich damit erklären, daß die theoretische Extinktionskurve experimentell noch keineswegs gesichert ist, und daß außerdem die Annahme konstanter mittleren Lufttemperatur über den Elevationsbereich die wirklichen Verhältnisse sehr idealisiert.

V. Das Antennenrauschen im Mikrowellenbereich

Eine Komponente des Antennenrauschens haben wir bisher noch nicht berücksichtigt: Verlustrauschen von Erreger und Erregerleistung. Beschreibt man diese Verluste durch einen Verlustfaktor ε , dann wird ihr Beitrag zum Antennenrauschen

$$\Delta T_A = \varepsilon T_0. \quad (10)$$

entsprechend werden natürlich die übrigen Beiträge zum Antennenrauschen um den Faktor $(1 - \varepsilon)$ geschwächt. Wir sind nun in der Lage, das Antennenrauschen einer Parabolantenne in irgendeiner Position zumindest annäherungsmäßig abzuschätzen. Nehmen wir als Beispiel eine Richtfunkantenne mit einem Streufaktor von 25% und einem Verlustfaktor von 10%. Die Antenne sei so eingelegt, daß die Hälfte der Hauptkeule unterhalb des Horizonts gerichtet ist. Dann ergibt sich eine Antennentemperatur

$$\begin{aligned} &= \varepsilon T_0 + (1 - \varepsilon) \times \\ &\quad \times \left[\frac{1 - \beta_s}{2} T_0 + \frac{1 - \beta_s}{2} T_L + \frac{\beta_s}{2} T_0 + \frac{\beta_s}{2} T_H \right] \\ &= \frac{1 + \varepsilon}{2} T_0 + \frac{1 - \varepsilon}{2} [T_L + \beta_s (T_L + T_H)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Wenn dem bereits erwähnten Verlustrauschen εT_0 kommen die übrigen Beiträge in (11) aus

$\frac{\beta_s}{2} T_0$ = Anteil aus der halben Hauptkeule unterhalb des Horizonts,

$\frac{\beta_s}{2} T_L$ = Anteil der halben Hauptkeule oberhalb des Horizonts. Für T_L ist ein geeigneter Mittelwert der Strahlungstemperatur der Atmosphäre unmittelbar über dem Horizont einzusetzen,

$\frac{\beta_s}{2} T_0$ = Anteil der halben Streukeule, die auf den Erdboden gerichtet ist,

εT_H = Anteil der anderen Hälfte der Streukeule. T_H ist ein Mittelwert der Strahlungstemperatur über die ganze Sphäre, der im Mikrowellenbereich sicher $< 12^\circ \text{ K}$ ist.

Mit $T_L = 36^\circ \text{ K}$, $T_H = 10^\circ \text{ K}$ ergibt sich dann für (11) der numerische Wert

$$T_A = 181^\circ \text{ K}. \quad (11a)$$

Die gleiche Antenne — z.B. als Radarantenne eingelegt — ergäbe bei Elevationen $h > 10^\circ$ eine Antennen-

temperatur

$$\begin{aligned} T_A &= \varepsilon T_0 + (1 - \varepsilon) \left[(1 - \beta_s) T_H + \frac{\beta_s}{2} T_0 + \frac{\beta_s}{2} T_H \right] \\ &= T_0 \left[\varepsilon + \beta_s \cdot \frac{1 - \varepsilon}{2} \right] + T_H (1 - \beta_s) (1 - \varepsilon) \end{aligned} \quad (12)$$

mit dem numerischen Wert¹

$$T_A = 69^\circ \text{ K}. \quad (12a)$$

Die Zwischenwerte können auf ähnliche Weise abgeschätzt werden. Man bemerkt, daß im zweiten Fall

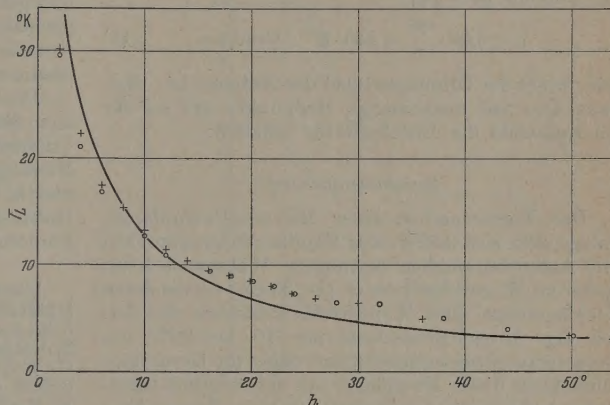


Abb. 10. Thermische Radiostrahlung der Atmosphäre bei 1419 MHz. Gemessen (ooo, +++ in der Nacht vom 29./30. 4. 58 (klar, windstill, Außentemperatur $\sim 5^\circ \text{ C}$). Berechnet (—) nach $b(h) \cdot 230^\circ \text{ K}$ (Abb. 3)

— der vor allem auch für die Radioastronomie wichtig ist — die wesentlichen Beiträge zum Antennenrauschen aus der Streukeule $\frac{\beta_s}{2} T_0$ und von den Ohmschen Verlusten εT_0 stammen.

V. Die Möglichkeit eines Radiobildes der Erdoberfläche

Nach unseren Beobachtungen scheint es durchaus möglich zu sein, aus der thermischen Radioeigenstrahlung des Erdbodens ein brauchbares Radiobild der Erdoberfläche zu erhalten. Dazu müßte die Erdoberfläche mit einer möglichst scharf bündelnden Antenne in einem verhältnismäßig kurzen Zeitraum abgetastet werden. Mit der verstärkten und demodulierten thermischen Radiostrahlung könnte dann beispielsweise der synchron mit der Antennenabtastung laufende Elektronenstrahl einer Bildröhre in seiner Intensität moduliert werden. Die mittlere quadratische Schwankung der beobachteten Strahlungstemperaturen ergibt sich aus Gl. (7). Würde als Empfänger beispielsweise ein Molekularverstärker mit einer Eigenrauschktemperatur von 30° K und einer Bandbreite von 1 MHz verwendet werden, dann ergäbe sich mit einem Antennenrauschen von rund 270° K ² eine wirksame Eigenrauschktemperatur T_e

¹ Tatsächlich ergeben unsere Messungen, daß der Anteil der Rückwärtsstreukeule der Antenne am Antennenrauschen etwas kleiner als $\frac{\beta_s}{2} T_0$ zu sein scheint, die Annahme einer homogenen Streukeule die wirklichen Verhältnisse also zu sehr idealisiert. Vgl. hierzu [7].

² Der von der thermischen Radiostrahlung des Erdbodens herrührende Anteil der Antennentemperatur muß natürlich wegen seines Rauschcharakters in Gl. (7) mit berücksichtigt werden.

in Gl. (7) von rund 300° K . Läßt man Schwankungen der Meßwerte von $\Delta T = \pm 10^\circ \text{ K}$ zu, dann errechnet sich aus (7) eine notwendige Zeitkonstante des integrierenden Tiefpasses

$$\tau = \frac{0,25 T_e^2}{\beta \cdot \Delta T^2} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ sec.} \quad (13)$$

Dieser integrierende Tiefpaß verzerrt andererseits aber die beobachtete Verteilung der Strahlungstemperatur auf der Erdoberfläche; damit diese Verzerrung klein bleibt, muß die Abtastgeschwindigkeit v der Antenne nach [4]

$$v < 0,06 \cdot \frac{\Theta}{\tau} = 240 \cdot \Theta \quad \text{Grad/sec} \quad (14)$$

sein, wo Θ der Öffnungswinkel der Antenne ist. Man kann also 240 unabhängige Meßpunkte pro sec für ein Radiobild der Erdoberfläche erhalten.

Zusammenfassung

Das Eigenrauschen einer Mikrowellenempfangsanlage setzt sich additiv aus Empfängereigenrauschen und Antennenrauschen zusammen. Während bei den bisher im Mikrowellenbereich ($\lambda < 30 \text{ cm}$) verwendeten Überlagerungs- und Wanderfeldverstärkern der Anteil des Antennenrauschens nur 10 bis 20% des Gesamtrauschens ausmacht und daher die Grenzempfindlichkeit dieser Empfänger nur unwesentlich beeinflusst, ändert sich die Situation bei der Verwendung von Molekularverstärkern (MASER) so, daß dann das Antennenrauschen 50 bis 90% zum Gesamtrauschen beiträgt.

Das Antennenrauschen wird durch das Strahlungsfeld am Ort der Antenne bedingt, das bei Abwesenheit künstlicher Radiostörungen hauptsächlich durch thermische Radiostrahlung des Erdbodens und Atmosphäre verursacht wird. Die durch die kosmische Radiostrahlung hervorgerufenen Antennentemperaturen sind im Mikrowellenbereich vernachlässigbar. Eine Ausnahme davon bildet lediglich die Sonne als Radioquelle. Die thermische Radiostrahlung des Erdbodens und der Atmosphäre wurden mit einem 25 m-Radioteleskop der Universitätssternwarte Bonn untersucht und mit den theoretischen Werten verglichen. Als Nebenergebnis der Untersuchung thermischer Radiostrahlung des Erdbodens ergibt sich ein „Radiobild“ der Erdoberfläche.

Die hier beschriebenen Messungen wurden mit einem 25 m-Radioteleskop der Radiosternwarte Stocker der Universität Bonn ausgeführt. Bei einem Teil der Messungen unterstützten uns die Herren G. FISCH und A. SCHNAKENBURG. Unser besonderer Dank gilt Herrn Professor F. BECKER für die Anregung und Förderung dieses Meßprogramms.

Literatur: [1] WESTERHOUT, G.: B.A.N 14, 215 (1955). — [2] MEZGER, P. G.: Z. Astrophys. 46, 234 (1958). — [3] S. F.: Austral. J. Sci. Res. A 3, 34 (1954). — [4] MEZGER, P. G.: Z. Instrumentenkde. H. 11, 219 (Nov. 1958). — [5] MANN, P. A.: Refraktion und Extinktion in der Atmosphäre. Inst. Bericht der Radiosternwarte Stockert vom 11. 10. 1955. — [6] MANN, P. A., u. P. G. MEZGER: Telefunkenztg., Sept. Nr. 113, 182. — [7] MEZGER, P. G.: Telefunkenztg., 1959 (im Druck).

Dipl.-Phys. PETER G. MEZGER,
Universitätssternwarte Bonn, Abt. für Radioastronomie

Über die Erhöhung der Frequenzbandbreite dünner „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber für elektromagnetische Zentimeterwellen

Von REINHARD POTTEL

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 30. Oktober 1958)

Liste der verwendeten Symbole

c	Lichtgeschwindigkeit, $3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$,
E_0	Amplitude der elektrischen Feldstärke,
r	komplexer Reflexionsfaktor,
T	Schichtdicke,
$\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$	relative Dielektrizitätskonstante (DK),
λ_0	Freifeldwellenlänge,
λ	Wellenlänge in einem Material,
$\mu = \mu' - i\mu''$	relative Permeabilität,
ν	Kreisfrequenz als Integrationsvariable,
ω	Kreisfrequenz,
Ω_ϵ	Konstanten mit der Dimension einer Frequenz.
Ω_μ	

Einleitung

Anordnungen zur Absorption elektromagnetischer Zentimeterwellen werden in der Radar-Technik und in der Zentimeterwellen-Meßtechnik häufig gebraucht. Ein guter Absorber sollte einen möglichst kleinen ($< 0,1$, bezogen auf die Amplituden), von der Frequenz und dem Einfallswinkel weitgehend unabhängigen Reflexionsfaktor besitzen und im Verhältnis zur Wellenlänge möglichst dünn sein. Es gelang bisher

nicht, alle diese Eigenschaften zusammen zu verwirklichen.

Absorber, die unterhalb einer Grenzwellenlänge wirksam und wenigstens eine ganze Grenzwellenlänge dick sind, sind die Keilabsorber [1], [7].

Die von SCHMITT und FUTTERMENGER [2] entwickelten Dipol-Resonanzabsorber arbeiten in einem Frequenzbereich 1:2 und haben eine Dicke von viertel Freifeldwellenlänge bei der unteren Grenzfrequenz. Nur eine achtzehntel Freifeldwellenlänge dick ist der Dipol-Resonanzschlitzaabsorber von WILHELM HORST [3]. Jedoch ist er nur in einem Frequenzbereich 1:1,1 brauchbar. Bei der Entwicklung der drei genannten Absorbertypen wurde nur der Fall senkrechten Auftreffens der Welle berücksichtigt. Auch für vorliegenden Ausführungen gilt diese Beschränkung. Über die Winkelabhängigkeit des Reflexionsfaktors von verschiedenen Absorbentien gibt die Arbeit von WALTHER [4] Auskunft.

Die oben erwähnten drei Absorbertypen weisen in der dortigen Reihenfolge abnehmende Dicke und zunehmende Frequenzbandbreite auf. Dieses Zu-

reffen verleitet zu der Vermutung, daß der Frequenzbereich, in dem ein Absorber wirksam ist, und Absorberdicke vielleicht grundsätzlich bei jeder Absorberart in dieser Weise zwangsläufig miteinander verknüpft sind. Eine allgemeingültige Bestätigung dieser Vermutung steht noch aus.

hier wird eine vierte Absorberart daraufhin untersucht, ob die Kopplung von Frequenzbandbreite und Dicke des Absorbers zu durchbrechen ist, ob also große Frequenzbandbreite bei kleiner Dicke erzielbar ist. Es wird ein Absorbertyp zur Betrachtung herangezogen, der als $1/30$ Freifeldwellenlänge gemacht werden kann. Er wurde von W. DÄLLENBACH und W. KLEINBERGER [5] angegeben. Zunächst werden die Eigenschaften des Absorbers und die Grundlagen zu seiner Berechnung zusammengestellt. Zur Erhöhung der Frequenzbandbreite bietet sich die Verwendung von Materialien mit stark frequenzabhängiger Dielektrizitätskonstante (DK) oder Permeabilität an. Es wird ein Vergleich zwischen den geforderten und den physikalisch möglichen Frequenzabhängigkeiten angestellt.

1. Die absorbierende „ $\lambda/4$ -Schicht“

Abb. 1 zeigt die Absorberanordnung. Unmittelbar hinter einer ebenen Metallfläche befindet sich eine planparallele Schicht der Dicke T aus einem homogenen, isotropen Material mit der DK $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$ und der Permeabilität $\mu = \mu' - i\mu''$. Eine aus dem freien Raum senkrecht auf die Schicht treffende ebene Welle mit der Freifeldwellenlänge λ_0 wird im allgemeinen teilweise reflektiert, wenn die Größen T, ϵ, μ beliebige Werte besitzen. Für den Reflexionsfaktor gilt:

$$r = \frac{\sqrt{\mu/\epsilon} T g h(2\pi i \sqrt{\epsilon \mu} T/\lambda_0) - 1}{\sqrt{\mu/\epsilon} T g h(2\pi i \sqrt{\epsilon \mu} T/\lambda_0) + 1} \quad (1)$$

Die reflektierte Welle setzt sich aus den Teilwellen 1 und 2 (Abb. 1) zusammen. Die Teilwelle 1 entsteht durch teilweise Reflexion der einfallenden Welle an der Vorderseite der Schicht. Die in die Schicht einfallende Welle wird dort mehrfach reflektiert und überlagert und erzeugt die aus der Schicht austretende Teilwelle 2, die gegenüber 1 phasenverschoben ist. Die Phasenverschiebung beträgt π , wenn die Schichtdicke T ungefähr mit einer Viertelwellenlänge im Absorbermaterial übereinstimmt. Sind die Reflexion an der Vorderseite und die Dämpfung in der Schicht miteinander abgestimmt, daß die Teilwellen 1 und 2 gleiche Amplituden besitzen, so löschen sich 1 und 2 gegenseitig aus. Die Schicht bewirkt vollständige Absorption. Die Größen T, ϵ, μ müssen dazu der Bedingung

$$\sqrt{\mu/\epsilon} T g h(2\pi i \sqrt{\epsilon \mu} T/\lambda_0) = 1 \quad (2)$$

genügen. Wenn die Gl. (2) wurde nur für Schichtmaterialien mit rein elektrischen oder rein magnetischen Verlusten angewendet. Die weiteren Ausführungen beschränken sich ausschließlich auf diese beiden Stoffklassen. Für die Reflexionsfreiheit magnetisch unwirksamer Schichten ($\mu' = 1, \mu'' = 0$) gemäß (2) erforder-

liche Beziehung zwischen ϵ und T/λ_0 ist in Abb. 2 graphisch dargestellt. Abb. 3 zeigt die aus (2) folgende Verknüpfung zwischen μ, ϵ' und T/λ_0 für elektrisch verlustfreie ($\epsilon'' = 0, \epsilon' = \text{const}$) Schichten.

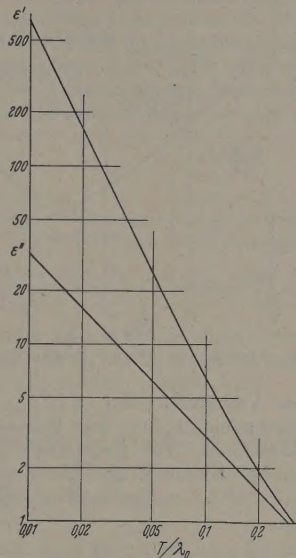


Abb. 2. Beziehung zwischen ϵ und T/λ_0 für frequenzunabhängig reflexionsfreie „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber mit rein elektrischen Verlusten, berechnet aus $T g h(2\pi i \sqrt{\epsilon} T/\lambda_0) = \sqrt{\epsilon}, (\mu = 1)$

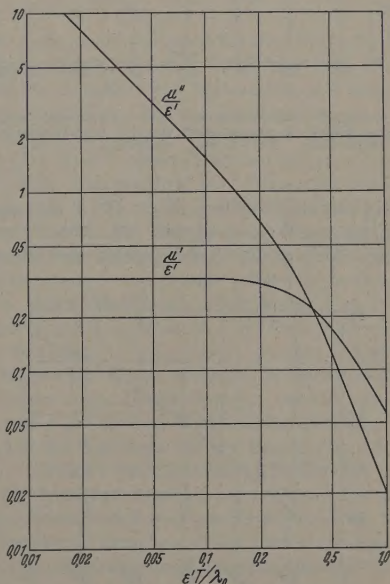


Abb. 3. Beziehung zwischen μ/ϵ' und $\epsilon' T/\lambda_0$ für frequenzunabhängig reflexionsfreie „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber mit rein magnetischen Verlusten, berechnet aus $\sqrt{\mu/\epsilon'} T g h(2\pi i \sqrt{\mu/\epsilon'} \cdot \epsilon' T/\lambda_0) = 1, (\epsilon'' = 0)$

Sind die Stoffwerte ϵ, μ gemäß (2) gewählt und weisen sie in der Umgebung der zugrunde gelegten Wellenlänge λ_0 keine Frequenzabhängigkeit auf, so ergibt sich ein Verlauf des Reflexionsfaktors in Abhängigkeit von der Frequenz, wie er beispielsweise in

Abb. 4 für eine 1,15 mm dicke Schicht bei $\lambda_0 = 3$ cm dargestellt ist. In der Umgebung der Frequenz $\omega|_{r|=0}$, bei der der Reflexionsfaktor $|r| = 0$ ist, bleibt im Frequenzintervall $(\Delta\omega)|_{r|=0,1}$ der Reflexionsfaktor

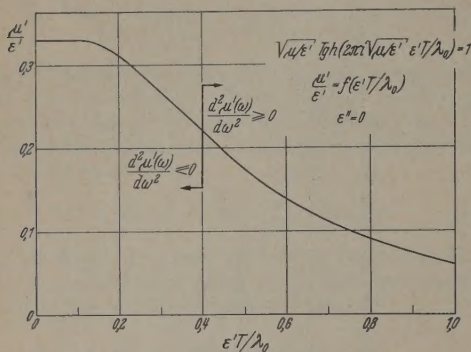


Abb. 3a. Ausschnitt aus Abb. 3 in linearem Maßstab

$|r| \leq 0,1$. Das Verhältnis $(\Delta\omega)|_{r|=0,1}/\omega|_{r|=0}$ wird als relative Frequenzbandbreite der Wirksamkeit des Absorbers bezeichnet. Für magnetisch unwirksame

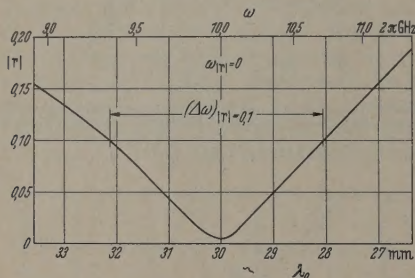


Abb. 4. Betrag des Reflexionsfaktors eines „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorbers bei senkrechtem Einfall in Abhängigkeit von der Freifeldwellenlänge (Frequenz), Schichtdicke: $T = 1,15$ mm. Stoffwerte: $\epsilon' = 14,4$, $\epsilon'' = 1,15$, $\mu = 2,41$, $\mu' = 1,41$

($\mu = 1$) Absorberschichten, deren DK ϵ zu vorgegebenen $(T/\lambda_0)|_{r|=0}$ -Werten gemäß (2), Abb. 2 bemessen ist, zeigt Abb. 5 die Abhängigkeit der Bandbreite

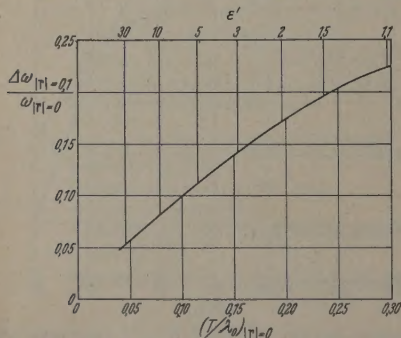


Abb. 5. Relative Breite des Frequenzbandes, innerhalb dessen der Reflexionsfaktor von „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorbern mit $\mu = 1$ unter 0,1 liegt. Die Dielektrizitätskonstante ist innerhalb $\Delta\omega$ als konstant vorausgesetzt

von T/λ_0 . Dabei ist ϵ im jeweiligen Frequenzintervall $(\Delta\omega)|_{r|=0,1}$ als frequenzunabhängig vorausgesetzt worden. Die Bandbreite nimmt wie bei den einleitend erwähnten Absorbentypen mit kleiner werdender Absorberdicke T ab. Der „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber mit

$\mu = 1$ weist bei einer Dicke von $1/4$ Freifeldwellen nur einen brauchbaren Frequenzbereich von auf. Ein $1/20$ Freifeldwellenlänge dicker „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber mit $\mu = 1$ liegt mit seinem nutzbaren Frequenzbereich von $1:1,05$ ungünstiger als der Absorber von WIEKHORST [3].

Eine Bandbreitenerhöhung beim „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber ist dadurch denkbar, daß die DK oder Permeabilität des Schichtmaterials sich derartig mit der Frequenz ändert, daß die Wellenlänge im Material λ unabhängig von der Frequenz gleich der vierfachen Schichtdicke bleibt. Dazu muß die DK oder die Permeabilität mit wachsender Frequenz abnehmen und zwar in der aus den Abb. 2 bzw. 3 ersichtlichen Weise. Bei der Schichtdicke T geht der Abszissenmaßstab in der Abbildung durch Multiplikation mit c/T (c = Lichtgeschwindigkeit) in die Frequenzskala über.

Die für die Reflexionsfreiheit von magnetisch unwirksamen ($\mu = 1$)-Schichten erforderliche Beziehung $\epsilon(T/\lambda_0)$, die aus

$$T g h (2\pi i \sqrt{\epsilon} T / \lambda_0) = \sqrt{\epsilon}$$

folgt und in Abb. 2 gezeigt ist, läßt sich unter der Voraussetzung $\epsilon' \gg 1$ oder $\epsilon''/\epsilon' \ll 1$ oder $T/\lambda_0 \leq 0,1$ in guter Näherung darstellen durch

$$\epsilon' = \frac{1}{16} (T/\lambda_0)^{-2}; \quad \epsilon'' = \frac{1}{\pi} (T/\lambda_0)^{-1}.$$

Wird $|r| = 0,1$ als maximaler Wert für den Reflexionsfaktor zugelassen, so gibt (4) auch noch bis herab zu $\epsilon' = 3$ oder $T/\lambda_0 \leq 0,15$ den erforderlichen $\epsilon(T/\lambda_0)$ -Verlauf an. Die für die Untersuchungen in Abschnitt 3 wichtigen Eigenschaften der Funktion $\epsilon(T/\lambda_0)$ sind gemäß Gl. (4) mit $T = \text{const}$:

$$\epsilon'(\omega) = \left(\frac{\Omega_e}{\omega} \right)^2; \quad \epsilon''(\omega) < \epsilon'(\omega) \quad (\text{Abb. 2, } T/\lambda_0 \leq 0,15)$$

wobei Ω_e^2 lediglich als Proportionalitätskonstante betrachtet ist.

Die für die Reflexionsfreiheit elektrisch unwirksamer ($\epsilon'' = 0$, $\epsilon' = \text{const}$) Schichten erforderliche Beziehung $\mu/\epsilon' = f(\epsilon' T/\lambda_0)$, die aus

$$\sqrt{\mu/\epsilon'} T g h (2\pi i \sqrt{\mu/\epsilon'} \epsilon' T / \lambda_0) = 1$$

folgt und in Abb. 3 gezeigt ist, läßt sich ebenfalls durch einfache Näherungsausdrücke darstellen:

$$\frac{\mu'}{\epsilon'} = \frac{1}{3}; \quad \frac{\mu''}{\epsilon'} = \frac{1}{2\pi \epsilon' T / \lambda_0}, \quad \epsilon' T / \lambda_0 \leq 0,1$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mu'}{\epsilon'} &= \frac{1}{16 (\epsilon' T / \lambda_0)^2} \left[1 - \frac{1}{4\pi^2 (\epsilon' T / \lambda_0)^2} \right]; \\ \frac{\mu''}{\epsilon'} &= \frac{1}{16\pi (\epsilon' T / \lambda_0)^3}, \quad \epsilon' T / \lambda_0 > 0,5. \end{aligned} \right\}$$

Die für die Untersuchungen in Abschnitt 3 wichtigen Eigenschaften der Funktion $\mu(\omega)$ sind gemäß (4) und Abb. 3a mit $T = \text{const}$:

$$\frac{d\mu'(\omega)}{d\omega} = 0; \quad \frac{d\mu''(\omega)}{d\omega} < 0, \quad (\text{Abb. 3, } \epsilon' T / \lambda_0 \leq 0,1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mu'(\omega)}{d\omega} &\leq 0; & \frac{d^2\mu'(\omega)}{d\omega^2} &\leq 0; \\ \frac{d\mu''(\omega)}{d\omega} &< 0, & (\text{Abb. 3a, } 0,1 > \epsilon' T / \lambda_0 > 0,4), \end{aligned} \right\}$$

$$\mu'(\omega) = \left(\frac{\Omega_\mu}{\omega}\right)^2; \quad \mu''(\omega) < \mu'(\omega), \quad \left. \vphantom{\mu'(\omega)} \right\} \quad (8c)$$

(Abb. 3, $\varepsilon' T/\lambda_0 > 0,5$),

bei Ω_μ^2 lediglich als Proportionalitätskonstante zu achten ist. Das durch (8b) angegebene Verhalten ist aus Abb. 3a, in der $\mu'/\varepsilon' = f(\varepsilon' T/\lambda_0)$ in einem erteilten Koordinatensystem dargestellt ist.

2. Die Frequenzabhängigkeit

der Dielektrizitätskonstante und Permeabilität
und die Kramers-Kronig-Beziehungen

Es gibt verschiedene Materialien, bei denen im tererwellengebiet dielektrische Relaxations- oder magnetische Resonanzerscheinungen beobachtbar sind. Durch bedingt, zeigen sich im Frequenzgang der Stoffwerte ε' , ε'' , μ' , μ'' , Gebiete mit negativer Steigung, die in Abb. 6 durch Schraffur angedeutet sind. Hier zu untersuchende Frage ist, ob sich im Frequenzverlauf dieser Gebiete der in Abb. 2 oder 3 angegebene Frequenzverlauf der DK bzw. Permeabilität breitbandig wirksame „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber wenigstens streckenweise annähern läßt.

Aus den allgemeinen Formeln für den Frequenzgang der DK bei Relaxationsprozessen läßt sich entnehmen, daß sich zwar, wie in Abb. 2, $\varepsilon' \sim \omega^{-2}$ und $\sim \omega^{-1}$ näherungsweise erreichen läßt, daß dann aber, im Gegensatz zu Abb. 2, zwangsläufig $\varepsilon'' > \varepsilon'$ ist. Auch bei einem nur durch eine Resonanzfrequenz bestimmten Resonanzprozeß ist im Gebiet fallendem Real- und fallendem Imaginärteil von ε μ immer der Imaginärteil größer als der Realteil.

Annäherung der Frequenzabhängigkeiten in Abb. 2 und 3 ($\varepsilon' T/\lambda_0 > 0,4$) ist also die einfache Resonanzdispersion auch nicht geeignet. Unübersichtlicher sind die Verhältnisse bei zusammengesetzten Resonanzprozessen, deren Dispersions-Kurvenform eine Verteilung mehrerer beieinander liegender Resonanzfrequenzen gekennzeichnet ist. Um auch in diesem Fall auf seine Brauchbarkeit, sowie die Möglichkeit der Annäherung des Kurvenverlaufs für $\lambda_0 < 0,4$ in Abb. 3 prüfen zu können, wird für die weiteren Untersuchungen von allgemeinen Gesetzmäßigkeiten ausgegangen, denen alle physikalisch möglichen Frequenzabhängigkeiten der DK und Permeabilität unterliegen, sofern die Anregung nur durch schwache Felder erfolgt.

Zwischen dem Realteil $\varepsilon'(\omega)$ und dem Imaginärteil $\varepsilon''(\omega)$ der DK als Funktion der Frequenz bestehen die allgemein gültigen Kramers-Kronig-Beziehungen [6]

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'(\omega) - \varepsilon(\infty) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \varepsilon''(v) \frac{v dv}{v^2 - \omega^2}; \\ \varepsilon''(\omega) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \varepsilon'(v) \frac{\omega dv}{\omega^2 - v^2}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Differentialquotienten sind durch ähnliche Beziehungen verknüpft:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varepsilon'(\omega)}{d\omega} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon''(v)}{dv} \frac{\omega dv}{v^2 - \omega^2}; \\ \frac{d\varepsilon''(\omega)}{d\omega} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon'(v)}{dv} \frac{v dv}{\omega^2 - v^2}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Die gleichen Beziehungen gelten auch zwischen dem Realteil $\mu'(\omega)$ und dem Imaginärteil $\mu''(\omega)$ der Permeabilität als Funktion der Frequenz. Die Gln. (9), (10) leiten sich lediglich von den Voraussetzungen ab, daß die von einem elektrischen oder magnetischen Feld hervorgerufene Polarisation des Materials linear mit dem anregenden Feld zusammenhängt, ihm jedoch in ihrem zeitlichen Verlauf nicht momentan zu folgen braucht. Die Kramers-Kronig-Beziehungen (9), (10) können zur Feststellung dienen, ob Stoffwerte ε oder μ

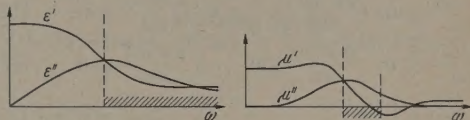


Abb. 6. Gebiete des Abfalls der Stoffwerte $\varepsilon(\omega)$ bzw. $\mu(\omega)$ bei der dielektrischen Relaxation und der magnetischen Resonanz

mit der durch Abb. 2 bzw. 3 dargestellten Frequenzabhängigkeit wenigstens in einem Frequenzbereich 1:2 überhaupt physikalisch möglich sind.

3. Anwendung der Kramers-Kronig-Beziehungen

Von den genannten Kramers-Kronig-Beziehungen werden hier die Gleichungen

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \varepsilon'(v) \frac{\omega dv}{\omega^2 - v^2}; \quad \mu''(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \mu'(v) \frac{\omega dv}{\omega^2 - v^2};$$

$$\frac{d\mu''(\omega)}{d\omega} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\mu'(v)}{dv} \frac{v dv}{\omega^2 - v^2}$$

benutzt, und zwar die erste für den Fall von Materialien mit rein elektrischen Verlusten und die beiden übrigen für den Fall von Materialien mit rein magnetischen Verlusten. Es wird angenommen, daß $\varepsilon'(v)$ bzw. $\mu'(v)$ in einem endlichen Frequenzbereich $\omega_1 \leq v \leq \omega_2$ durch einen Teil des Kurvenverlaufs in Abb. 2 bzw. 3 darstellbar ist. Dementsprechend wird $\varepsilon'(v)$ gemäß (5) bzw. $\mu'(v)$ oder $d\mu'(v)/dv$ gemäß (8) in den betreffenden Integranden eingesetzt. Die in (5) und (8) enthaltenen Beziehungen zwischen Real- und Imaginärteil von ε bzw. μ bleiben in diesem Abschnitt außer Betracht. Außerhalb des Frequenzbereichs $\omega_1 \leq v \leq \omega_2$ braucht $\varepsilon'(v)$ bzw. $d\mu'(v)/dv$ nicht genau bekannt zu sein. Dort werden diese Größen im Integranden durch einfache, willkürlich gewählte Funktionen oder Ungleichungen ersetzt, die den in Abschnitt 4 genannten Voraussetzungen und den Ergebnissen der Kramers-Kronig-Beziehungen für $\omega \rightarrow 0$ und $\omega \rightarrow \infty$ nicht widersprechen und die eine Abschätzung der Integrale ermöglichen. Durch die Abschätzung eines solchen Integrals für $\omega_1 < \omega < \omega_2$ läßt sich eine Beziehung zwischen $\varepsilon''(\omega)$ und $\varepsilon'(\omega)$ bzw. $\mu''(\omega)$ und $\mu'(\omega)$ oder eine Größenangabe für $d\mu''(\omega)/d\omega$ in der Form einer Ungleichung gewinnen.

4. Merkmale des Frequenzganges der Stoffwerte ε , μ bei physikalisch wirklichen Materialien

Aus den Kramers-Kronig-Beziehungen sind einige spezielle Eigenschaften des Frequenzganges der DK und der Permeabilität physikalisch wirklicher Materialien hergeleitet worden. Diese Eigenschaften sind anschließend in kurzer Form zusammengestellt. In der

ersten Spalte steht die innerhalb eines endlichen Frequenzbereichs $\omega_1 < \omega < \omega_2$ vorgegebene Eigenschaft der Frequenzabhängigkeit des Realteils des Stoffwertes ε oder μ . Die zweite Spalte gibt das über die Kramers-Kronig-Beziehungen zwangsläufig mit der Eigenschaft in der ersten Spalte gekoppelte Merkmal der Frequenzabhängigkeit des Imaginärteils.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'(\omega) &= \left(\frac{\Omega_\varepsilon}{\omega} \right)^2 \\ \frac{d\mu'(\omega)}{d\omega} &\geq 0; \left(\frac{d\mu'(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega > \omega_2} \leq 0 \\ \frac{d^2\mu'(\omega)}{d\omega^2} &\leq 0; \frac{d^2\mu'(\omega)}{d\omega^2} \leq 0 \\ \mu'(\omega) &= \left(\frac{\Omega_\mu}{\omega} \right)^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \varepsilon''(\omega) &> \varepsilon'(\omega), \quad (11) \\ \frac{d\mu''(\omega)}{d\omega} &> 0, \quad (12a) \\ \frac{d\mu''(\omega)}{d\omega} &\geq 0, \quad (12b) \\ \mu''(\omega) &> \mu'(\omega) \quad (12c) \end{aligned}$$

Den Aussagen (11), (12) liegt zugrunde, daß die betrachteten Materialien einige Bedingungen erfüllen, die zwecks einer Erörterung hier zusammengestellt sind:

Die dielektrische oder magnetische Polarisierung muß linear von der Feldstärke der anregenden Welle abhängen

Die Funktionen $\varepsilon'(\omega)$, $\mu'(\omega)$ dürfen höchstens ein Maximum und ein demgegenüber zu höheren Frequenzen verschobenes Minimum, die Funktionen $\varepsilon''(\omega)$ und $\mu''(\omega)$ nur ein Maximum aufweisen

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'(\omega) &> \left(\frac{\Omega_\varepsilon}{\omega_1} \right)^2; \\ \mu'(\omega) &> \left(\frac{\Omega_\mu}{\omega_1} \right)^2 \text{ in } 0 \leq \omega \leq \omega_1 \text{ für (11) bzw. (12c),} \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu'(\omega_2) &> 1, \\ \mu'(\infty) &= 1 \text{ für (12a) und (12b).} \end{aligned} \right\} (16), (17)$$

Die Forderung (13) bildet die Grundlage für die Gültigkeit der Kramers-Kronig-Beziehungen. Sie wird selten verletzt, da bei vielen Anwendungen die Feldstärke von Zentimeterwellen sehr klein ist. Auf die Voraussetzungen (14) bis (17) führt die in Abschnitt 3 angedeutete mathematische Auswertung der Kramers-Kronig-Beziehungen. Die Forderungen (14) bis (17) sollen hier nur hinsichtlich ihres Einflusses auf die Allgemeingültigkeit der Aussagen (11), (12) erläutert werden. Die Bedingung (14) besagt, daß nur ein einziges Dispersionsgebiet vorhanden sein darf, das aber durchaus sehr breit sein kann. Käme ein zweites, durch eigene Extrema erkennbares Dispersionsgebiet hinzu, so würde sich dadurch der Frequenzgang der Stoffwerte in jedem einzelnen Dispersionsgebiet nicht grundlegend ändern. Es wären also kaum Abweichungen von den Beziehungen (11), (12) zu erwarten. Die Bedingung (15) verlangt, daß der fallende Teil der $\varepsilon'(\omega)$ bzw. $\mu'(\omega)$ -Kurve mit positiver zweiter Ableitung niedriger als $\varepsilon'(0)$ bzw. $\mu'(0)$ liegt. Bei einem schwach ausgeprägten oder nicht vorhandenen Maximum des Realteils ist das sicher der Fall. Ob das auch bei einem stark ausgeprägten Maximum allgemein so ist, blieb ungeklärt. Doch ist wahrscheinlich dann mit dem fallenden Kurventeil der Verlauf ω^{-2} [s. (5), (8c)] gar nicht anzunähern.

Im Zusammenhang mit der Annäherung $\mu'(\omega)$ -Verlaufs für $\varepsilon' T / \lambda_0 \leq 0,1$ in Abb. 3 und $0,1 \geq \varepsilon' T / \lambda_0 \geq 0,4$ in Abb. 3a verlangt die Vorschau (16), daß $\varepsilon' > 3$ bzw. $\varepsilon' > 4,6$ vorausgesetzt werden muß. Da magnetisch wirksame Stoffe im allgemeinen hohe Dielektrizitätskonstanten besitzen, bedeutet keine Beschränkung für die Aussagen (12a, b) im Hinblick auf einen Vergleich mit (8a, b).

Die Bedingung (17) führt nicht dazu, daß elektromagnetisch verlustbehaftete Materialien von den Betrachtungen auszuschließen wären. Denn im Zentimeterwellengebiet beruht die magnetische Wirksamkeit im allgemeinen auf Bereichs-Drehprozessen, bei diesen wird für hohe Frequenzen $\mu = 1$.

5. Schlußfolgerungen

Ein dünner „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber würde unabhängig von der Frequenz wirksam sein, wenn die Stoffwerte ε , μ des Schichtmaterials vorgeschriebene Frequenzabhängigkeiten ($\mu = 1$: Abb. 2, $\varepsilon'' = 0$: Abb. 1) aufwiesen. Kennzeichnende Merkmale dieser Frequenzabhängigkeiten sind für den Fall rein elektrischer Verluste in (5) und für den Fall rein magnetischer Verluste in (8) zusammengestellt. Die entsprechenden Merkmale der Frequenzabhängigkeit der Stoffwerte ε , μ von Materialien, die sich physikalisch verwirklichen lassen, sind in (11) und (12) angegeben. Vergleich von (5) mit (11) oder (8) mit (12) zeigt, daß sich bei übereinstimmenden Merkmalen von ε' bzw. $\mu'(\omega)$ die Merkmale von $\varepsilon''(\omega)$ bzw. $\mu''(\omega)$ widersprechen.

Unter den in Abschnitt 4 zusammengestellten Bedingungen gibt es also keine rein elektrisch oder rein magnetisch verlustbehafteten Materialien, die Herstellung eines dünnen, frequenzunabhängig wirksamen „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorbers verwendbar wären.

Magnetisch und elektrisch wirksame Materialien sind sicher auch zur Herstellung dünner frequenzunabhängiger „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber unbrauchbar, wenn die magnetische und die elektrische Dispersion nicht im gleichen Frequenzbereich auftreten. Es bleibt die Frage offen, ob magnetisch-elektrisch verlustbehaftete Materialien eine frequenzunabhängige Absorption in dünnen Schichten ermöglichen, wenn die Frequenzgebiete der elektrischen und magnetischen Dispersion zusammenfallen.

Zusammenfassung

Es wird eine Anordnung zur Absorption elektromagnetischer Zentimeterwellen behandelt. Sie besteht aus einer ebenen planparallelen, unmittelbar vor einer Metallplatte befindlichen Schicht aus einem homogen dielektrisch oder magnetisch verlustbehafteten Material. Die Schicht ist bei senkrechtem Welleneinfall reflexionsfrei, wenn sie eine viertel Materialwellenlänge dick ist und eine vorgeschriebene Dämpfung besitzt. Durch die Wahl hoher Realteile der Dielektrizitätskonstante oder Permeabilität kann dieser so genannte „ $\lambda/4$ -Schicht“-Absorber im Verhältnis zur Freifeldwellenlänge sehr dünn gehalten werden. Zeigt das Material eine Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante oder Permeabilität, so ist der Frequenzbereich, dem der Reflexionsfaktor unter 0,1 liegt, also die Bandbreite der Wirksamkeit des Absorbers, um so kleiner.

inner der Absorber ist. Es wird die Frequenzabhängigkeit angegeben, die die Dielektrizitätskonstante im Fall fehlender magnetischer Verluste und die Permeabilität im Fall fehlender elektrischer Verluste aufweisen müßte, um dünne „ $\lambda/4$ -Schicht“ herüber mit großer Bandbreite ($\geq 1:2$) zu erhalten. Es kann gezeigt werden, daß keine physikalisch wirklichen Materialien dieses Frequenzverhalten der Dielektrizitätskonstante oder Permeabilität aufweisen. Die Arbeit wurde ermöglicht und durchgeführt durch Contract No. AF 61(514)-1041 Air Research and Development Command, European Office, Brüssel.

sel. Herrn Professor Dr. E. MEYER danke ich für reges Interesse an der Arbeit, für Ratschläge und Diskussionen.

Literatur: [1] HADDENHORST, H. G.: Z. angew. Phys. 8, 264 (1956). — [2] SCHMITT, H. J.: Z. angew. Phys. 10, 1 (1958). — [3] WIEKHORST, F.: Z. angew. Phys. 10, 173 (1958). — [4] WALTHER, K.: Z. angew. Phys. 10, 285 (1958). — [5] DÄLLENBACH, W., u. W. KLEINSTEUBER: Hochfrequenz-techn. 51, 152 (1938). — [6] FRÖHLICH: Theory of Dielectrics, S. 4. Oxford: Clarendon Press 1949. — [7] MEYER, E., u. H. SEVERIN: Z. angew. Phys. 8, 105 (1956).

Dr. REINHARD POTTTEL,

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

Untersuchung des hochfrequenten Spektrums periodischer Entladungen *

Von WERNER HEINTZ

Mit 9 Textabbildungen

(Eingegangen am 9. November 1958)

Einleitung

In Hochspannung führenden Leitungen treten periodische Entladungen auf, die sich im Bereich der hochfrequenten Nachrichtenübertragung störend bemerkbar machen können.

Für die meßtechnischen Erfassung dieser Störungen sind Meßapparaturen entwickelt worden, für deren Aufbau und Anwendung Regeln aufgestellt sind (z. B. VDE-Regeln 0876, 0877). Werden die Störungen in einem Elektronenstrahl-Oszillographen sichtbar gemacht, so bietet sich ein vielgestaltiges Bild dar; Entladungsimpulse der verschiedensten Größe folgen aufeinander. Diese Impulse entstehen an den Spitzen der elektrischen Leiter. Im folgenden werden Untersuchungen beschrieben, die das Spektrum dieser Impulse zum Gegenstand haben. Es ist naheliegend, die Beachtung hierbei auf eine einzelne Spitze zu beschränken. Die Spitze ist negativ geladen. Ihr gegenüber befindet sich eine Platte, die mit Erde in Verbindung steht. Diese einfache Anordnung, mit einer bestimmten Gleichspannung bei normalem Luftdruck betrieben, kann als ein natürliches Spannungselement für Funkstörspannungen angesehen werden. Infolge der selbsttätigen Entladungsvorgänge findet die Bildung von Impulsen in fast periodischer Zeit statt. Diesem Spannungselement erster Art sei ein anderes Spannungselement — zweiter Art — zur Verfügung gestellt, dessen Spitze positiv geladen ist. Hier ist keine periodischen Entladungen zu erwarten. Die möglicherweise auftretenden Entladungen sind demnach das Ergebnis äußerer Ereignisse. Demnach können die beschriebenen Untersuchungsmethoden auch bei diesem Spannungselement angewendet werden, wenn dafür Sorge getragen wird, daß die Impulse in genügend kurzer Zeit aufeinanderfolgen.

I. Versuchsaufbau und Impulserzeugung

Der Aufbau der Schaltung zeigt Abb. 1. Ein Gleichrichter lädt einen Kondensator C auf eine Spannung von etwa 4 bis 8 kV. Danach wird der Gleichrichter durch einen Schalter vom Kondensator

abgetrennt. Mit der negativ aufgeladenen Kondensatorplatte ist die Spitze (Grammophon-nadel) verbunden, der im Abstand von einigen Zentimetern eine Kupferplatte von 20 cm Durchmesser gegenübergestellt ist. In die Verbindungsleitung zwischen Platte

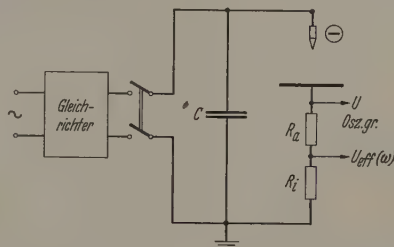


Abb. 1. Schaltbild. Kondensator $C = 2 \mu\text{F}$, Außenwiderstand R_a (0 bis 1 M Ω); HF-Spektrometer mit Innenwiderstand $R_i = 150 \Omega$. Die Anordnung — außer Gleichrichter — befindet sich in einem Faradayschen Käfig

und Erde ist ein Außenwiderstand R_a gelegt, an dem eine Spannung für den Oszillographen abgegriffen werden kann. Das eigentliche Meßgerät, dessen innerer Widerstand als R_i (150 Ω) in der Schaltung aufgeführt

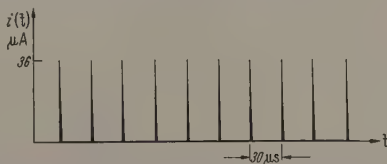


Abb. 2. Trichel-Impulse. Abstand Spitze-Platte: 2 cm, Krümmungsradius der Spitze: etwa 30 μ , Spannung an der Spitze: -6 kV

ist, ist ein in Anlehnung an die oben genannten VDE-Regeln ausgeführtes Störspannungs-Meßgerät. Da jedoch viele der in diesen Regeln geforderten Eigenschaften des Gerätes hier nicht wesentlich sind, möge das Meßgerät als HF-Spektrometer bezeichnet werden. Es mißt den Effektivwert einer hochfrequenten Spannung bei einer gewissen Frequenz mit einer Bandbreite von 9 kHz. Nachdem die Anordnung vom elektrischen Netz getrennt ist, beobachtet man im Oszillographen periodisch aufeinanderfolgende Impulse (Trichel-Impulse) [1], Abb. 2.

Die Ausbildung des Impulses vollzieht sich, nach LOEB [2], [3] auf folgende Weise:

Ein aus der Spitze (Kathode) austretendes Elektron erzeugt in dem starken elektrischen Feld an der Spitze eine Elektronenlawine. Die hierbei entstehenden Photonen lösen aus der Kathode Sekundärelektronen aus, die ihrerseits ebenfalls Lawinen ausbilden. Eine starke Ladungswolke wird aufgebaut. Die nach außen wandernden Elektronen lagern sich zu einem

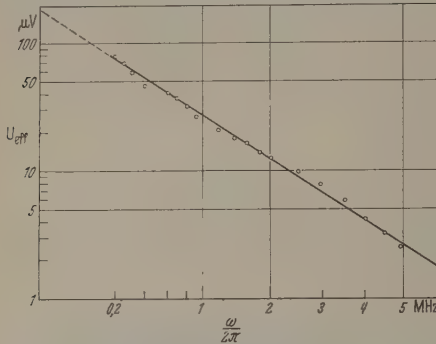


Abb. 3. Hochfrequenzspektrum, aufgenommen bei Außenwiderstand $R_a = 10 \text{ k}\Omega$, sonstige Daten wie bei Abb. 2

großen Teil an O_2 und bilden O^- -Ionen. Da sich dies noch in unmittelbarer Nähe der Spitze vollzieht, stören die O^- -Ionen das elektrische Feld an der Spitze so stark, daß die weitere Ionisation aufhört. Wenn

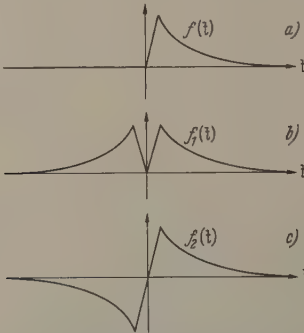


Abb. 4a-c. a Einzel-Impuls beliebiger Form; b gerade Fortsetzung von a; c ungerade Fortsetzung von a

die negative Raumladung sich soweit entfernt hat, daß die letzten im Raum vor der Spitze verbliebenen positiven Ionen beim Auftreffen auf die Kathode Elektronen auslösen, die wieder ungestört Lawinen ausbilden können, beginnt der Vorgang von neuem. Die positiven Ionen liefern nur dann einen wesentlichen Beitrag zur Ausbildung und Abdrosselung des Impulses durch den Sekundärprozeß, wenn infolge des geringeren Luftdruckes oder der größeren Feldstärke die Emission von Sekundärelektronen durch Photonen nicht ausreichend ist. Bei den hier beschriebenen Untersuchungen waren diese Voraussetzungen nicht gegeben (vgl. [4]).

Bei der Wahl einer großen Kapazität erzeugt die Anordnung je nach den geometrischen Abmessungen und der angelegten Gleichspannung Impulse in einem Zeitraum von mehreren Stunden bei einmaliger Aufladung. Die Abschirmung des Aufbaues und die Abtrennung des Gleichrichters gewährleisten einen ungestörten Meßvorgang.

Bei einem Außenwiderstand von $R_a = 10 \text{ k}\Omega$ wurde das in Abb. 3 wiedergegebene Spektrum gemessen.

Trägt man in der Darstellung als Abszisse die Frequenz auf und als Ordinate die abfallende Spannung U_{eff} , so ergibt sich ein gerader linearer Verlauf. Das Meßergebnis kann demnach durch die Funktion

$$U_{\text{eff}}(\omega) = I_{\text{eff}}(\omega) \cdot R_i = A \cdot \exp - \sqrt{2} \tau \omega, \quad (\omega = \text{rad/s})$$

beschrieben werden. A und τ sind aus der Abb. 3 zu entnehmenden Konstanten.

Es erhebt sich nun die Frage, welche Impulsform das gefundene Spektrum bewirkt. Ferner ist der Einfluß der Meßanordnung auf das gemessene Spektrum zu berücksichtigen, d.h. die Untersuchung an das Spektrum des ursprünglichen Impulses heranzuführen.

II. Allgemeine Beziehung zwischen dem gemessenen Spektrum und der Impulsform bei periodischen Entladungen

Der Stromimpuls habe die in Abb. 4a wiedergegebene Form. Dann ist seine Fourier-Darstellung bei gerader Fortsetzung (Abb. 4b) gegeben durch

$$f_1(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} a(\omega) \cos \omega t d\omega$$

mit

$$a(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \cos \omega t dt$$

und bei ungerader Fortsetzung (Abb. 4c) durch

$$f_2(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} b(\omega) \sin \omega t d\omega$$

mit

$$b(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \sin \omega t dt.$$

Aus den Abb. 4a-c geht unmittelbar hervor,

$$f(t) = \frac{1}{2} (f_1(t) + f_2(t)).$$

ist.

Das für die Ausmessung des Spektrums verwendete Gerät mißt den Effektivwert in einem gewissen Bereich des Spektrums. Der quadratische Mittelwert des Stromimpulses wird durch die Bildung von

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(t) + f_2(t)|^2 dt$$

gefunden. Als untere Grenze ist hierbei $-\infty$ genommen, da dies die nachfolgende Rechnung vereinfacht, ist ohnehin für $t \leq 0$ Null.

Einsetzen von (1a) und (2a) in (4) ergibt:

$$M = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left[\int_0^{\infty} a(\omega) \cos \omega t d\omega \right]^2 + \left[\int_0^{\infty} b(\omega) \sin \omega t d\omega \right]^2 + 2 \int_0^{\infty} a(\omega) \cos \omega t d\omega \cdot \int_0^{\infty} b(\omega) \sin \omega t d\omega \right\} dt.$$

quadratischen Ausdrücke lassen sich als Doppel-
teriale schreiben; ferner verschwindet das gemischte
lie bei der Integration über t durch die unsymmetri-
he Funktion $\sin \omega t$, so daß man nunmehr erhält:

$$\left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} [a(\omega_1) a(\omega_2) \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t + \right. \\ \left. + b(\omega_1) b(\omega_2) \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t] d\omega_1 d\omega_2 dt. \right\} \quad (6)$$

erachtet man, daß

$$\cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t = \cos(\omega_1 - \omega_2)t + \cos(\omega_1 + \omega_2)t, \quad (7a)$$

$$\sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t = \cos(\omega_1 - \omega_2)t - \cos(\omega_1 + \omega_2)t, \quad (7b)$$

und benutzt man danach die Darstellungen

$$\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega_1 - \omega_2)t dt = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[j(\omega_1 - \omega_2)t] dt \right\} \quad (8a)$$

$$= 2\pi \delta(\omega_1 - \omega_2),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega_1 + \omega_2)t dt = 2\pi \delta(\omega_1 + \omega_2), \quad (8b)$$

ergibt die Integration von (6) über t :

$$\left\{ M = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} [a(\omega_1) a(\omega_2) + b(\omega_1) b(\omega_2)] \times \right. \\ \left. \times [\delta(\omega_1 - \omega_2) + \delta(\omega_1 + \omega_2)] d\omega_1 d\omega_2. \right\} \quad (9)$$

in (8a) und (8b) angegebene Ergebnis ist die be-
te δ -Funktion. Sie bewirkt, daß bei der Integration
von ω_2 in (9) verbleibt:

$$M = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)] d\omega. \quad (10)$$

Singularität der Funktion $\delta(\omega_1 + \omega_2)$ liegt außer-
des Integrationsbereiches; sie bringt keinen Bei-
zum Integral. Der für M gefundene Ausdruck (10)
st das gesamte Spektrum. Der quadratische
telwert $m(\omega)$ in einem Teilbereich des Spektrums,
zwischen $\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}$ und $\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$ liegen möge,
aus einer Integration in nur diesem Bereich und
ist:

$$m(\omega) = \frac{1}{2} \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} [a^2(\omega) + b^2(\omega)] d\omega. \quad (11)$$

für läßt sich bei hinreichend kleinem $\Delta\omega$ auch
iben:

$$m(\omega) = \frac{1}{2} [a^2(\omega_0) + b^2(\omega_0)] \cdot \Delta\omega. \quad (12)$$

ost die Resonanzbreite des in der Leitung liegenden
rangskreises des HF-Spektrometers, mit dem der
ullende Spektralanteil bei der Frequenz ω_0 ge-
een wird.

isher wurde nur ein einzelner Impuls betrachtet,
eich von $t=0$ bis $t \rightarrow +\infty$ erstreckt. Jedoch be-
achtet man eine periodische Folge von Impulsen.
r der berechtigten Annahme, daß die für die
ulpsform charakteristische Größe der Halbwerts-
e viel kleiner ist als die Pulsperiode, oder daß ein
ulps praktisch den Wert Null erreicht hat, wenn der
efolgende Impuls auftritt, darf man in (4) den
uldruck für M auf die Pulsperiode T_p beziehen und
i doch die Integrationsgrenzen von t sich bis zum
ndlichen erstrecken lassen. Dann ergibt sich auch
(12) ein Mittelwert des Teilbereiches, bezogen auf

die Pulsperiode T_p :

$$\frac{m(\omega)}{T_p} = \frac{1}{2T_p} [a^2(\omega) + b^2(\omega)] \Delta\omega, \quad (13)$$

wobei ω_0 durch ω ersetzt wurde.

Der mit dem HF-Spektrometer gemessene Effek-
tivwert $I_{\text{eff}}(\omega) = \frac{U_{\text{eff}}(\omega)}{R_i}$ ist damit bei einer Puls-
frequenz $f_p = 1/T_p$ gegeben durch:

$$I_{\text{eff}}(\omega) = \sqrt{[a^2(\omega) + b^2(\omega)] \cdot \frac{\Delta\omega \cdot f_p}{2}}, \quad (14)$$

oder

$$I_{\text{eff}}(\omega) = c(\omega) \sqrt{\frac{\Delta\omega \cdot f_p}{2}}, \quad (15a)$$

mit

$$c(\omega) = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}. \quad (15b)$$

Die weitere Aufgabe besteht nun darin, für einen
zeitlichen Verlauf des Stromes $i(t)$ eine Funktion
 $i(t) = f(t)$ zu finden, die so beschaffen ist, daß ihre
Fourier-cos- bzw. Fourier-sin-Transformierte $a(\omega)$
bzw. $b(\omega)$, entsprechend (15b) zusammengefaßt, die
beobachtete Abhängigkeit des Stromes $I_{\text{eff}}(\omega)$ ergibt.
Dies werde am Beispiel der Abb. 3 gezeigt. Die Gerade
in Abb. 3 denke man sich beiderseitig über den Meß-
bereich verlängert. (Vgl. jedoch auch Abschn. IV.)

Es genügt hier zu zeigen, daß die Funktion

$$f(t) = \frac{B}{t^2} \exp - \frac{\tau}{t} \quad (16)$$

mit B und τ als Konstanten auf das beobachtete
Spektrum

$$U_{\text{eff}}(\omega) = I_{\text{eff}}(\omega) \cdot R_i = A \exp - \sqrt{2\tau\omega} \quad (16')$$

führt. Die Fourier-Transformierten von $f(t)$ sind: [5]

$$\left\{ \begin{aligned} a(\omega) &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} f(t) \cos \omega t dt \\ &= B \sqrt{\frac{2}{\tau}} \cos \sqrt{2\tau\omega} \cdot \exp - \sqrt{2\tau\omega}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{aligned} b(\omega) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \sin \omega t dt \\ &= B \sqrt{\frac{2}{\tau}} \sin \sqrt{2\tau\omega} \cdot \exp - \sqrt{2\tau\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Somit

$$c(\omega) = B \sqrt{\frac{2}{\tau}} \cdot \exp - \sqrt{2\tau\omega} \quad (19)$$

und in Übereinstimmung mit dem Spektrum nach (16'):

$$I_{\text{eff}}(\omega) = B \sqrt{\frac{\Delta\omega \cdot f_p}{\tau}} \cdot \exp - \sqrt{2\tau\omega}. \quad (20)$$

Der über das gesamte Spektrum integrierte Effek-
tivwert I_{eff} ergibt sich aus (20) durch Summation
über alle $\Delta\omega$ von 0 bis ∞ . Es ist hiernach:

$$\left\{ \begin{aligned} I_{\text{eff}}^2 &= \sum_{(\Delta\omega)} I_{\text{eff}}^2(\omega) = \frac{B^2 \cdot f_p}{\tau} \sum_0^{\infty} \Delta\omega \exp - 2\sqrt{2\tau\omega} \\ &= \frac{B^2 f_p}{\tau} \int_0^{\infty} \exp - 2\sqrt{2\tau\omega} \cdot d\omega \\ &= \frac{B^2 \cdot f_p}{4\tau^2} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Diesen Wert erhält man auch unmittelbar durch Bildung des quadratischen Mittelwertes der Funktion $f(t)$, die in (16) als Impulsform angesetzt wurde. Es ist nämlich:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{eff}}^2 &= \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} f^2(t) dt \\ &= \frac{B^2}{T_p} \int_0^{T_p} \exp - 2 \frac{\tau}{t} \cdot \frac{dt}{t^3} \\ &= \frac{B^2 f_p}{4 \tau^2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Hierbei wurde wieder von der Annahme Gebrauch gemacht, daß $\tau/T_p \ll 1$ oder die obere Grenze des Integrales ($T_p = 1/f_p$) gegen unendlich geführt werden darf.

Von Interesse ist ferner der arithmetische Mittelwert I_m des Stromimpulses. Für I_m folgt:

$$\left. \begin{aligned} I_m &= \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} f(t) dt \\ &= \frac{B}{T_p} \int_0^{T_p} \exp - \frac{\tau}{t} \cdot \frac{dt}{t^3} \\ &= \frac{2B \cdot f_p}{\sqrt{\tau}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \Phi(\sqrt{\tau f_p}) \right], \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

wobei

$$\Phi(\sqrt{\tau f_p}) = \int_0^{\sqrt{\tau f_p}} \exp - x^2 dx.$$

Φ bedeutet die Fehlerfunktion; sie kann wegen $\tau/T_p = \tau f_p \ll 1$ immer vernachlässigt werden, wenn die Pulsfrequenz f_p klein bleibt. In diesem Fall ist I_m proportional zu f_p . Bei größerer Impulsfrequenz steigt I_m schwächer an [4]. Durch unmittelbare Messung des Effektivwertes oder des arithmetischen Mittelwertes kann die Anzeige des HF-Spektrometers nachgeprüft werden. Ferner erhält man die Zahl der in jedem Impuls enthaltenen Elementarladungen.

III. Beeinflussung des Spektrums durch die Meßanordnung

Während im Abschnitt II dargelegt wurde, wie aus dem gemessenen Spektrum der das HF-Spektrometer durchlaufende Impuls in seiner zeitlichen Ab-

hängigkeit gewonnen werden kann, soll nunmehr der Einfluß der äußeren Teile der Schaltung auf diese Impulsform untersucht werden. Diese Frage ist wesentlich für die richtige Bemessung der Schaltung. Der mit der Gleichspannung aufgeladene Kondensator C in Abb. 1 ist lediglich als ein Ladungsreservoir anzusehen. Auf die Bildung und Ausmessung des über die Platte

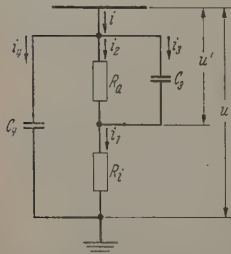


Abb. 5. Schaltbild. Verbindung Platte-Erde unter Berücksichtigung der Nebenkapazitäten

zur Erde abfließenden Impulses ist er ohne unmittelbaren Einfluß. Der als Folge eines Ausgleichs-

vorganges in der Entladungsstrecke sich ausbildende Impuls ist in seiner Form nur von den Eigenschaften dieser Strecke (Gasraum, geometrische Anordnung und der anliegenden Gleichspannung) bestimmt. Dieser Impuls — als Entladungsimpuls bezeichnet — soll daher im folgenden als ein Impuls von stets gleichbleibender Form angesehen werden. Der ausgemessene Impuls jedoch wird von den in der Schaltung nach Abb. 1 verwendeten Widerständen und den immer vorhandenen Nebenkapazitäten nachgeprägt.

Für die eingezeichneten Ströme und Spannungen in Abb. 5 gilt:

$$\begin{aligned} a) \quad i &= i_1 + i_4, \\ b) \quad i_1 &= i_2 + i_3, \\ c) \quad u' &= i_2 \cdot R_a = \frac{1}{C} \int i_3 dt, \\ d) \quad u &= \frac{1}{C} \int i_4 dt = i_1 R_i + i_2 R_a \\ &= i_1 R_i + \frac{1}{C} \int i_3 dt. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen erhält man folgende Beziehungen zwischen dem durch R_i fließenden Strom i_1 und dem Entladungsstrom i :

$$i + T_0 \frac{di}{dt} = T_2^2 \frac{d^2 i}{dt^2} + T_1 \frac{di}{dt} + i_1,$$

wobei die Zeitkonstanten T_0, T_1, T_2 die Größen bezeichnen:

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= R_a \cdot C, \\ T_1 &= R_a (C_3 + C_4) + R_i \cdot C_4, \\ T_2 &= (R_a \cdot R_i \cdot C_3 \cdot C_4)^{1/2}. \end{aligned} \right\}$$

Das Fourier-Spektrum von i_1 wird ausgemessen. Diejenige von i ist das gesuchte Spektrum. Eine Beziehung zwischen beiden Spektren findet man, indem man Gl. (24) sowohl durch eine Fourier-Transformation als auch durch eine Fourier-cos-Transformation transformiert und wie in Abschnitt II den Effektivwert bildet. Hierbei hat man von folgenden allgemeinen Formeln Gebrauch zu machen:

$$\left. \begin{aligned} F_s \left(\frac{di}{dt} \right) &= \int_0^\infty \frac{di}{dt} \cdot \sin \omega t dt = -\omega F_c(i), \\ F_c \left(\frac{di}{dt} \right) &= \int_0^\infty \frac{di}{dt} \cdot \cos \omega t dt = \omega F_s(i), \\ F_s \left(\frac{d^2 i}{dt^2} \right) &= -\omega^2 F_s(i), \\ F_c \left(\frac{d^2 i}{dt^2} \right) &= -\omega^2 F_c(i). \end{aligned} \right\}$$

Die Definition der Bezeichnungen F_s und F_c gelte den Gln. (26) unmittelbar hervor. Die Beziehungen lassen sich durch partielle Integration leicht bestätigen.

Für den Mittelwert erhält man aus der transformierten Gl. (24):

$$\begin{aligned} &\sqrt{[F_s(i)]^2 + [F_c(i)]^2} \\ &= \sqrt{\frac{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + \omega^2 T_1^2}{1 + \omega^2 T_0^2}} \cdot \sqrt{[F_s(i_1)]^2 + [F_c(i_1)]^2}. \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis besagt: Aus dem gemessenen Spektrum

$$S_M = \sqrt{[F_s(i_1)]^2 + [F_c(i_1)]^2}$$

ilt man das wahre Spektrum

$$S_E = \sqrt{[E_c(i)]^2 + [E_c(i)]^2} \quad (29)$$

Entladungsimpulses, in dem man das Meßergebnis einem durch die Meßschaltung bestimmten Faktor

$$\Gamma = \sqrt{\frac{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + \omega^2 T_1^2}{1 + \omega^2 T_0^2}} \quad (30)$$

tipliziert, d.h.

$$S_E = \Gamma \cdot S_M. \quad (31)$$

(31) gilt für ein beliebiges Spektrum, das mit der Anordnung nach Abb. 1 bzw. 5 gemessen wird. Bei anderen Meßanordnungen erhält man andere Faktoren Γ , die bei Einbeziehung von Induktivitäten und anderen Schaltelementen eine recht komplizierte Form nehmen können.

Es besteht der Wunsch, durch passende Wahl von T_0 , T_1 und T_2 die Gleichung $\Gamma=1$ zu erfüllen, durch $S_E = S_M$ wird. Das gemessene Spektrum ist in diesem Fall zugleich auch das Entladungsspektrum. Es wird hinreichend genau erfüllt bei $R_a=0$. Dann nach Gl. (25) $T_0 = T_2 = 0$; $T_1 = R_i \cdot C_4$ und damit

$$\Gamma = \sqrt{1 + (\omega R_i C_4)^2}.$$

in dem ausgemessenen Spektralbereich $\omega R_i C_4 \ll 1$ darf $\Gamma=1$ angenommen werden. Das bei $R_a=0$ gemessene Spektrum entspricht daher praktisch dem Entladungsspektrum.

Für sehr großes R_a erhält man einen Faktor

$$\Gamma = \sqrt{\left(\frac{C_3 + C_4}{C_3}\right)^2 + (\omega R_i C_4)^2},$$

sich ebenfalls angenähert schreiben läßt:

$$\Gamma = \frac{C_3 + C_4}{C_3} \equiv K. \quad (32)$$

Spektren bei sehr kleinem und sehr großem Außenwiderstand R_a unterscheiden sich demnach nur dadurch, daß sie parallel zueinander verschoben sind. Der Abstand beider Spektren ist durch die Größe K gelegt. Für den allgemeinen Fall eines beliebigen Abstandes zwischen $R_a=0$ und sehr großem R_a entnimmt man (30), daß der Faktor Γ nunmehr keinen konstanten Wert hat, sondern bei größer werdendem ω immer mehr anwächst oder in anderen Worten: Das ausgemessene Spektrum S_M sinkt gegenüber dem Spektrum S_E mehr und mehr ab. Diesem Absinken steht ein Ansteigen von Γ entgegen, wodurch $\Gamma \cdot S_M = S_E$ erfüllt wird. Die zuvor abgeleiteten Zusammenhänge werden durch das Experiment zufriedenstellend bestätigt, wie Abb. 6 zeigt.

Der Grenzfall eines sehr großen Außenwiderstandes vereinfacht die Schaltung in Abb. 5 zu derjenigen in Abb. 7a. Das HF-Spektrometer mit seinem Innenwiderstand R_i ist nur noch kapazitiv an die Antenne angekoppelt. Das ist gleichbedeutend mit der Schaltung nach Abb. 7b, in der eine Sonde in Nähe der Entladungsstrecke aufgestellt ist. Die unmittelbare Verbindung der Sonde zu der an der Spitze auflaufenden Entladung kann als eine kapazitive Ankopplung beschrieben werden. Die wirksame Kapazität C_3 wird hierbei gebildet von der Ladungswolke einerseits

und der Sonde andererseits. Das Meßergebnis an einer Sonde, die als Drahring um die Entladungsstrecke ausgebildet war, ist in Abb. 8 dargestellt. Das

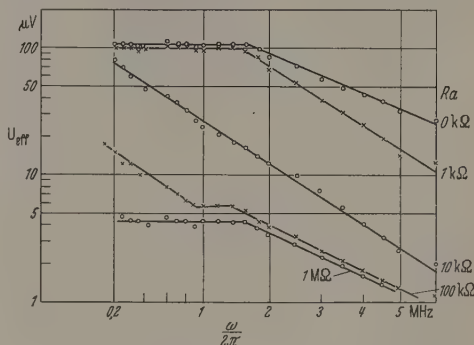


Abb. 6. Hochfrequenzspektren bei verschiedenen Außenwiderständen R_a , sonstige Daten wie bei Abb. 2

Spektrum ist, wie zu erwarten, dem bei $R_a=0$ in der Verbindungsleitung von der Platte zur Erde gemessenen Spektrum proportional.

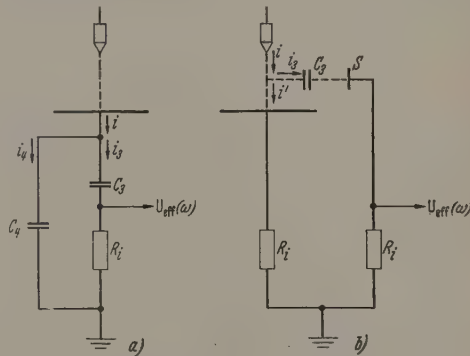


Abb. 7a u. b. a) Schaltbild entsprechend Abb. 5 im Grenzfall $R_a \rightarrow \infty$, b) Schaltbild einer Messung mit Sonde S

Weitergehend kann auch die Spitze selbst bezüglich der Entladungswolke als Sonde angesehen werden. Die in der Spitze influenzierte Ladung hat über den

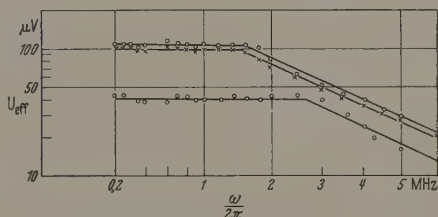


Abb. 8. Hochfrequenzspektren. Gemessen a) mit $R_a=0$ wie in Abb. 6; b) an einer konzentrisch aufgestellten Sonde, $\phi = 3$ cm, c) in Verbindungsleitung C -Erde, Abb. 1

als Spannungsquelle dienenden Kondensator C Verbindung zur Erde. Mißt man das Spektrum des durch diese Leitung laufenden Stromimpulses, dann ergibt sich ein den Sondenmessungen entsprechendes Bild (Abb. 8).

Über die Messung mit der Spitze, sowie ortsveränderlichen Sonden und die daran anschließenden Fragen soll jedoch an einer anderen Stelle berichtet werden.

IV. Die Form des Entladungsimpulses

Zu Beginn des vorigen Abschnittes war bereits daraufhingewiesen worden, daß der Entladungsimpuls und damit auch sein Spektrum S_E von der Wahl der äußeren Schaltung praktisch unabhängig sei, d.h. S_E ist unabhängig von T_0 , T_1 und T_2 . Da aber $S_E = I \cdot S_M$, und in I die Größen T_0 , T_1 und T_2 enthalten sind, so folgt hieraus, daß die in einem mathematischen Ansatz für S_M auftretenden Parameter die Größen T_0 , T_1 und T_2 in der Weise enthalten, daß sich $I \cdot S_M = S_E$ von ihnen unabhängig zeigt. Es soll hier nicht auf diese mehr theoretische Fragestellung eingegangen werden. Der Hinweis auf die in Tabelle 1 zusammengestellten Ergebnisse möge genügen.

Die in Abb. 6 dargestellten Spektren lassen sich wegen ihrer Verwandtschaft aus einem einzigen Ansatz herleiten. Das gesuchte Spektrum des Ent-

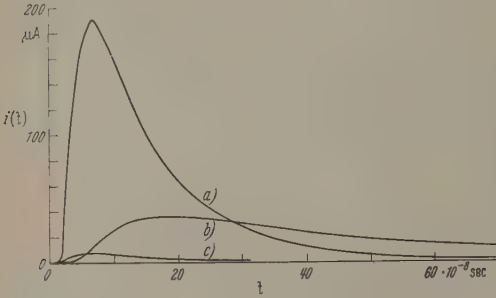


Abb. 9. Impulsformen bei verschiedenen Außenwiderständen. a) $R_a = 0$; b) $R_a = 10 \text{ k}\Omega$; c) $R_a = 1 \text{ M}\Omega$

ladungsimpulses kann aus Gl. (16) durch Erweiterung des Ansatzes gewonnen werden. Der Ansatz $f(t)$ für den Strom $i(t)$

$$f(t) = \frac{B}{t^{\frac{2}{3}}} \cdot \exp - \tau/t \quad (16)$$

werde also aus naheliegenden Gründen, auf die in Abschnitt V näher eingegangen wird, erweitert zu

$$g(t) = \frac{B}{t^{\frac{2}{3}}} \cdot \exp [-\tau/t - \beta t]. \quad (33)$$

Auch hier können die erforderlichen Fourier-Transformationen leicht mit Hilfe von Tabellen [5] ermittelt werden. Auf die gleiche Weise, wie in Abschnitt II beschrieben, erhält man für den angezeigten Effektivwert

$$I_{\text{eff}}(\omega) = B \sqrt{\frac{\Delta\omega \cdot f_p}{\tau} \cdot \exp - \sqrt{2\tau[(\omega^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}} + \beta]}}. \quad (34)$$

Diese Funktion gibt das mit $R_a = 0$ gemessene Spektrum, Abb. 6, richtig wieder:

a) Für $\omega < \beta$ wird

$$I_{\text{eff}}(\omega) \rightarrow B \sqrt{\frac{\Delta\omega \cdot f_p}{\tau} \cdot \exp - \sqrt{4\tau\beta}}, \quad (35)$$

d.h. unabhängig von ω ; das Spektrum verläuft horizontal.

b) Für $\omega > \beta$ wird

$$I_{\text{eff}}(\omega) \rightarrow B \sqrt{\frac{\Delta\omega \cdot f_p}{\tau} \cdot \exp - \sqrt{2\tau\omega}}, \quad (36)$$

d.h. das Spektrum fällt in der hier gewählten Darstellung geradlinig ab. Aus der negativen Steigung der Geraden läßt sich τ entnehmen. Das Verhältnis

der beiden Ausdrücke (35) und (36) ergibt bei ω die Möglichkeit, auch β zu bestimmen.

Ferner kann die Größe B in (34) angegeben werden in (36) $\Delta\omega$, f_p und τ eingesetzt werden; die fallende Gerade ist wiederum bis zum Schnittpunkt mit der Ordinate zu verlängern. Alle Kurven besitzen, wie aus den Ergebnissen des Abschnittes gefolgert werden kann, ein horizontal verlaufendes Anfangsgebiet.

In Tabelle 1 sind die Werte der Konstanten τ und β in dem Ansatz nach Gl. (34) für drei verschie-

Tabelle 1

R_a Ω	B $[\mu\text{A} \cdot \text{s}^{\frac{2}{3}}]$	τ $[\text{s}]$	β $[\text{s}^{-1}]$	Maximum	
				Zeit [s]	Strom [μA]
0	$2,61 \cdot 10^{-8}$	$11,8 \cdot 10^{-8}$	$4,82 \cdot 10^6$	$6,5 \cdot 10^{-8}$	190
10^4	$1,50 \cdot 10^{-8}$	$28,5 \cdot 10^{-8}$	$0,58 \cdot 10^6$	$17,4 \cdot 10^{-8}$	36,2
10^6	$0,14 \cdot 10^{-8}$	$14,4 \cdot 10^{-8}$	$5,02 \cdot 10^6$	$7,6 \cdot 10^{-8}$	6,8

dene Außenwiderstände R_a zusammengestellt. Ferner ist das Maximum des Stromimpulses und der Zeitpunkt dieses Maximums eingetragen. Bei der Berechnung wurden die in Abb. 6 wiedergegebenen Messergebnisse zugrunde gelegt. Ferner war:

$$R_i = 150 \Omega, \quad \Delta\omega = 2\pi \cdot 9 \text{ kHz}, \quad f_p = 32,5 \text{ kHz}$$

Die zu den drei Zeilen gehörenden Kurven

$$i(t) = \frac{B}{t^{\frac{2}{3}}} \exp [-\tau/t - \beta t]$$

sind in Abb. 9 dargestellt. Die Kurve a gibt, wie oben ausführlich dargelegt wurde, den zwischen Spitzplatte auftretenden Entladungsimpuls wieder. Die beiden anderen Kurven sind die am HF-Spektrometer bei zwei verschiedenen Außenwiderständen aufgetretenen Impulse.

Die hier durch Ausmessung des Spektrums gewonnene Impulsform kann auch unmittelbar durch einen Elektronenstrahl-Oszillographen aufgezeichnet werden [4]. Die Abhängigkeit des Spektrums von äußeren Bedingungen wie Luftdruck, geometrische Anordnung, angelegte Spannung usw. sowie der Zusammenhang der Impulsfrequenz mit diesen Größen kann aus den Untersuchungen von AMIN [4] hergeleitet bzw. entnommen werden, so daß sich eine weitere Ausführung hier erübrigt.

V. Entladungsimpuls und Diffusionsvorgang

Die Ausbildung von Trichel-Impulsen vollzieht sich, wie im Abschnitt I erläutert wurde, in drei Schritten: Aufbau, Abdrosselung und Abtransport negativen Ladungswolke. Dieser Vorgang läßt sich durch eine erweiterte partielle Differentialgleichung der Diffusion beschreiben. Bezeichnet n die Ladungsdichte der negativen Ladungen, D den Diffusionskoeffizienten, α den (ersten) Townsend-Koeffizienten und v die Driftgeschwindigkeit, so gilt: [6], [7]

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha v n + D \cdot \Delta n + v \frac{\partial n}{\partial z}$$

Der erste Ausdruck rechter Hand drückt die Ionisation aus; er wäre indes wegen des an der Spitze des anwachsenden inhomogenen Feldes durch eine Funktion

des Raumes zu erweitern, da α von der Feldstärke abhängt. Der zweite Summand beschreibt die eigentliche Diffusion, während der dritte Summand der Schwerpunktsbewegung der Ladungswolke in Richtung der Platte — als z -Richtung angenommen — Rechnung trägt. Auch dieser Ausdruck ist in seiner Abhängigkeit von der Feldstärke und der störenden Raumladung noch zu erweitern. Für die Betrachtung soll jedoch von den erwähnten Erweiterungen Abstand genommen werden. Die eingeführten Konstanten mögen als Mittelwerte angenommen werden.

Die Lösung der Differentialgleichung (38) lautet mit C als Konstante:

$$\frac{C}{(4\pi Dt)^{\frac{3}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + (z-vt)^2}{4Dt} + \alpha vt\right]. \quad (39)$$

Die Ladungsdichte N in einer Schicht in der x, y -Ebene von der Höhe 1 cm in z -Richtung ergibt sich durch Integration von (39) über x und y . Man erhält:

$$N = \frac{C}{(4\pi Dt)^{\frac{3}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{(z-vt)^2}{4Dt} + \alpha vt\right]. \quad (40)$$

Der zur Platte fließende Strom i folgt hieraus durch Integration von $\text{grad}_z N$:

$$i = \text{grad}_z N = \frac{2\pi C' (z-vt)}{(4\pi Dt)^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-\frac{(z-vt)^2}{4Dt} + \alpha vt\right],$$

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{C'}{4\sqrt{\pi} \cdot D^{\frac{3}{2}}} \cdot \exp\left(\frac{zv}{2D}\right) \times \\ &\times \left[\frac{z}{t^{\frac{3}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{z^2}{4Dt} - \left(\frac{v^2}{4D} - \alpha v\right)t\right] - \right. \\ &\left. - \frac{v}{t^{\frac{3}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{z^2}{4Dt} - \left(\frac{v^2}{4D} - \alpha v\right)t\right] \right]. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

[α = Konstante; $\kappa \equiv C'$].

Für hinreichend kleine Zeiten ist nur der Summand in der ersten Zeile von Bedeutung. Dieser läßt sich durch Einführung von neuen Größen B , τ und β schreiben

$$i(t) = \frac{B}{t^{\frac{3}{2}}} \exp[-\tau/t - \beta t]. \quad (42)$$

Dies stimmt mit dem auf Grund des ausgemessenen Spektrums gemachten Ansatzes nach (33) überein. Damit ist die Verbindung des Untersuchungsergebnisses mit den Vorstellungen über diese Gasentladung als Diffusionsvorgang hergestellt. Eine genaue Analyse der erweiterten Differentialgleichung der Diffusion und die Berücksichtigung der Rand- und Anfangsbedingungen muß hier unterbleiben.

Zusammenfassung

Aus der vielgestaltigen Erscheinung der Korona-Entladung wird ein Spannungselement herausgegriffen und in einer (negativen) Spitze-Platte Anordnung realisiert. Das Spektrum der hierbei nahezu periodisch auftretenden *Trichel*-Impulse wird mit einem Hochfrequenz-Spektrometer ausgemessen. Mit Hilfe von Fourier-Transformationen läßt sich die zu diesem Spektrum führende Impulsform angeben. Die Form des Stromimpulses steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der Lösung der Diffusions-Differentialgleichung, die den Entladungsvorgang beschreibt.

Bei der Ausmessung des Spektrums sind die von dem Stromimpuls durchlaufenen Schaltelemente zu berücksichtigen. Eine allgemeine Beziehung zwischen dem gemessenen Spektrum und dem Spektrum des Impulses vor Eintritt in die Meßanordnung wird aufgestellt und für die verwendete Meßanordnung im besonderen angegeben.

Die Untersuchungsmethode stellt eine Teilanalyse der in der Praxis auftretenden Spektren von Funkstörspannungen dar. Sie eröffnet einen Weg, den zeitlichen Ablauf von Gasentladungen in hierfür geeigneten Fällen zu studieren.

Literatur: [1] TRICHEL, G.W.: Phys. Rev. **54**, 1078 (1938). — [2] LOEB, L.B.: Phys. Rev. **86**, 256 (1952). — [3] LOEB, L.B.: Handbuch der Physik von S. FLÜGGE, Bd. XXII, S. 518. Berlin: Springer 1956. — [4] AMIN, M.R.: J. Appl. Phys. **25**, 627 (1954). — [5] BATEMAN, H.: Tables of Integral-Transforms. I. New York-Toronto-London: Mc Graw-Hill Book Co. 1954. — [6] LLEWELLYN, JONES F.: Handbuch der Physik von S. FLÜGGE, Bd. XXII, S. 47. Berlin: Springer 1956. — [7] FLETCHER, R.C.: Phys. Rev. **76**, 1501 (1949).

Dipl.-Phys. WERNER HEINTZ,
Braunschweig, Physikalisch-Technische Bundesanstalt

Ein Resonanzphänomen bei magnetfeldgetemperten Perminvarferriten

Von HELMUT RABL

Mit 12 Textabbildungen

(Eingegangen am 5. November 1958)

Einleitung

Bekanntlich können bei Ferriten verschiedenartige Resonanzerscheinungen¹ auftreten, deren Eigenfrequenzen mehr oder weniger genau abgeschätzt werden können. In diesem Beitrag wird gezeigt, daß bei einer neuen Art von Ferriten, nämlich bei Perminvarferriten [1], wenn sie einer bestimmten Vorbehandlung ausgesetzt wurden, in einem vorerst unerwarteten Frequenzgebiet eine große Anzahl dicht liegender, verhältnismäßig schwach gedämpfter Einzelresonanzen auftreten kann. An Hand einiger näher beschriebener

Später ausführlicher behandelt.

1. angew. Physik. Bd. 11

Untersuchungsergebnisse wird versucht, dieses Resonanzphänomen zu deuten.

Meßobjekt und Vorbehandlung

Die Untersuchungen wurden an Ringkernen aus einem Perminvarferrit mit der Zusammensetzung $\text{Co}_{0,02}\text{Mn}_{0,06}\text{Ni}_{0,72}\text{Fe}_{2,2}\text{O}_4$ durchgeführt.

Die Abmessungen der Kerne betrugen ungefähr

$d_a = 25$ mm Außendurchmesser,

$d_i = 17$ mm Innendurchmesser,

$h = 12$ mm Höhe.

Die beschriebenen Effekte beschränken sich jedoch nicht auf diesen Stoff bzw. auf diese Probeform allein, was später noch ausführlicher gezeigt wird.

Wie bislang festgestellt wurde, ist es für das Auftreten des Phänomens unbedingt notwendig, daß die Perminvarferritkerne in einem magnetischen Feld getempert werden. Dabei wird die spontane Magnetisierung in der Richtung des Gleichfeldes festgelegt, weil sich der kubischen Anisotropie eine uniaxiale Anisotropie in dieser Richtung überlagert [2].

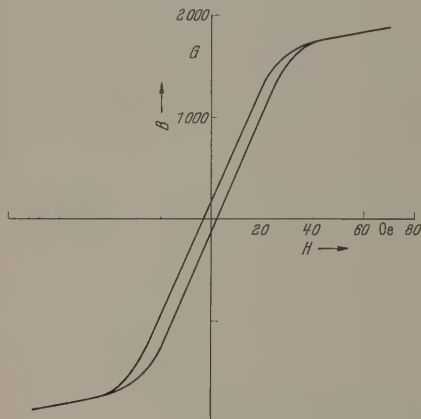


Abb. 1. Hystereseschleife des Probekörpers nach der Feldtemperatur (Isopermschleife)

jekt zwischen 1 und 14 MHz — eine Eigentümlichkeit beobachten: Der Verlustfaktor verläuft nicht monoton mit der Frequenz wie normalerweise, sondern viele aufeinanderfolgende Maxima und Minima, die die tiefsten Minima einerseits und die höchsten Maxima andererseits durch je eine Kurve miteinander verbunden („Einhüllende“), so erhält man (Abb. 2 dargestellte Resonanzcharakteristik¹ des Kerns. Die untere Kurve auf diesem Bild stellt den Verlauf des relativen Verlustfaktors $(\tan \delta)/\mu_a$ in Abhängigkeit

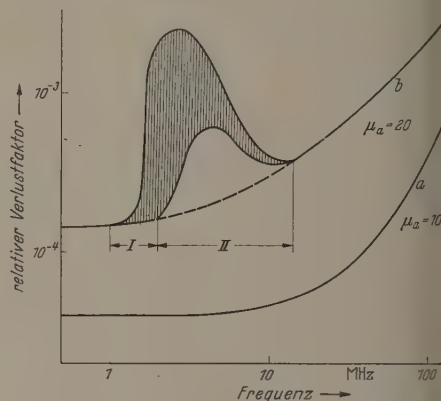


Abb. 2. Abhängigkeit des Verlustfaktors von der Frequenz. a) Ausgangsmaterial; b) quergefeldglühter Kern und Resonanzcharakteristik

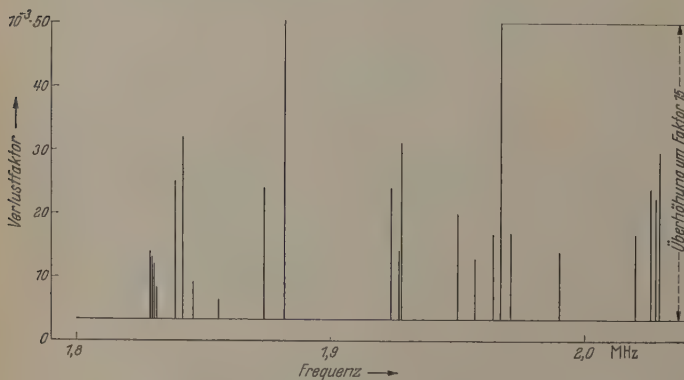


Abb. 3. Teil des Spektrums eines Kernes

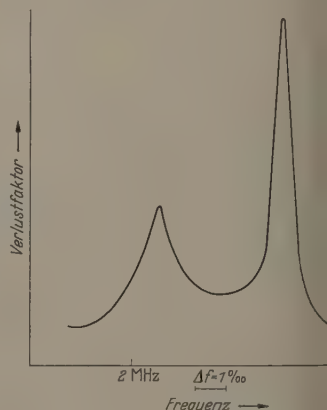


Abb. 4. Zwei benachbarte Überhöhungen $\tan \delta(f)$ -Kurve

In unserem Fall wurden die Kerne zuerst über die Curie-Temperatur erhitzt, die bei ungefähr 600°C liegt, und dann in einem „Quer“-Feld von rund 1000 Oe langsam bis zur Zimmertemperatur abgekühlt. Ein auf diese Weise vorbehandelter Kern, bei dem die Magnetisierung vor allem durch Drehprozesse erfolgt, zeigt eine schmale, zur H -Achse geneigt liegende Hystereseschleife (Isopermschleife); die Remanenz beträgt nur einen Bruchteil der Sättigung, wie Abb. 1 zeigt.

Resonanzerscheinungen

Mißt man nun den Frequenzverlauf des Verlustfaktors eines auf die eben beschriebene Art vorbehandelten Perminvarferrits, so kann man in einem bestimmten Frequenzgebiet — beim untersuchten Ob-

jekt zwischen 1 und 14 MHz — eine Eigentümlichkeit beobachten: Der Verlustfaktor verläuft nicht monoton mit der Frequenz wie normalerweise, sondern viele aufeinanderfolgende Maxima und Minima, die die tiefsten Minima einerseits und die höchsten Maxima andererseits durch je eine Kurve miteinander verbunden („Einhüllende“), so erhält man (Abb. 2 dargestellte Resonanzcharakteristik¹ des Kerns. Die untere Kurve auf diesem Bild stellt den Verlauf des relativen Verlustfaktors $(\tan \delta)/\mu_a$ in Abhängigkeit

¹ Daß es sich tatsächlich um Resonanzen handelt, wird später gezeigt.

nicht mehr erreicht, weil die Resonanzen so dicht daß sie einander überschneiden. Ungefähr ab 12 MHz werden außerdem die Resonanzüberhöhungen schwächer, bis schließlich ab 14 MHz überhaupt keine Abnormitäten mehr festzustellen sind.

Ein vergrößerter Ausschnitt zeigt die im Gebiet 18 bis 2,02 MHz beobachteten Einzelresonanzen (Abb. 3). Man erkennt 23 einzelne Absorptionsstellen. Annahme einer gleichmäßigen Verteilung würden daraus im ganzen Frequenzgebiet über 1000 Einzelresonanzen ergeben. Tatsächlich sind es aber viel weniger, denn bei Frequenzen oberhalb von etwa 2 MHz nimmt die Häufigkeit, wie bereits erwähnt, noch zu. Der Verlustfaktor ist außer der großen Zahl auch die Abhängigkeit bezüglich der Größe der Überhöhung. In bestimmten Frequenzen steigt der Verlustfaktor auf das 15fache des Grundwertes an.

Die noch genauere Auflösung zeigt nun erst den Resonanzvorgang charakteristischen Kurvenverlauf (Abb. 4). Daß es sich wirklich um Resonanz handelt, wurde durch eine Analyse der Frequenzabhängigkeit des Real- und des Imaginärteils der Permeabilität nachgewiesen. Die Halbwertsbreite der einzelnen Resonanzkurven entspricht einer Frequenzänderung um rund 1‰. Daraus ergibt sich für die einzelne Schwingung eine bemerkenswert hohe Qualität von ungefähr 1000.

Eigenschaften der einzelnen Resonanzen

Die entsprechenden Experimente zeigen, stellen die Resonanzen eine reine Kerneigenschaft dar, denn sie hängen von der Meßanordnung vollkommen unabhängig ab. Unabhängig für das Zustandekommen derselben ist auch außer der schon erwähnten Vorbehandlung die remanente Aufmagnetisierung des Kernes in der Querrichtung, wie sie nach der Feldtemperung selbst gegeben ist. Nach einer Entmagnetisierung des Kernes tritt das Phänomen nicht mehr zu beobachten.

Die Abhängigkeit einiger Resonanzen von der Stärke der remanenten Aufmagnetisierung des Kernes ist in Abb. 5 dargestellt. Nach einer remanenten Aufmagnetisierung in einem Feld von 300 Oe sind z. B. in diesem Frequenzgebiet noch keine Erhöhungen wahrnehmbar; bei einer Güte des Kernes ist etwas abgesunken. Bei Erzeugung stärkerer Felder jedoch treten die Resonanzen mit wachsender Feldstärke immer deutlicher hervor, wobei sich die Resonanzfrequenz nur unwesentlich (< 1‰) zu höheren Werten verschiebt¹.

Man wird nun der in einer für die Deutlichkeit der Resonanzüberhöhungen günstigen Feldstärke (z. B. 900 Oe) remanent aufmagnetisierte Kern einem äußeren wirkenden Querfeld gleicher Orientierung ausgesetzt, so stellt man eine Abhängigkeit der Resonanzkurven von der Feldstärke fest (Abb. 6). Die gezeichnete Kurve in Abb. 6 zeigt den Verlauf der Resonanzüberhöhung mit zunehmendem Feld, während die gestrichelte Kurve die dabei auftretende Frequenzverschiebung darstellt. Vor dem endgültigen Verschwinden der Resonanz kann man eine Frequenzänderung² um 1‰ beobachten.

Diese Frequenzverschiebung dürfte, wie später noch zu sehen wird, eine Folge des sog. ΔE -Effekts sein.

Nach dieser Frequenzverschiebung dürfte eine Folge des ΔH -Effekts sein.

Nun soll an Hand einiger Experimente gezeigt werden, daß die Schwingungszentren im Kern örtlich verteilt sind.

Der erste Versuch fußt auf der Tatsache, daß die Resonanzen nur nach einer Aufmagnetisierung des

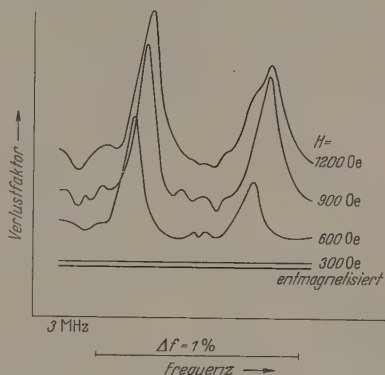


Abb. 5. Teilspektrum nach verschiedenen starker remanenter Aufmagnetisierung des Kernes in der Querrichtung

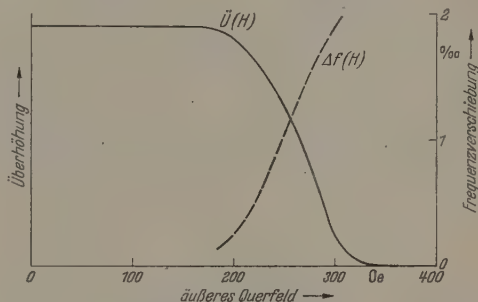


Abb. 6. Resonanzüberhöhung und Resonanzfrequenz in Abhängigkeit vom Querfeld

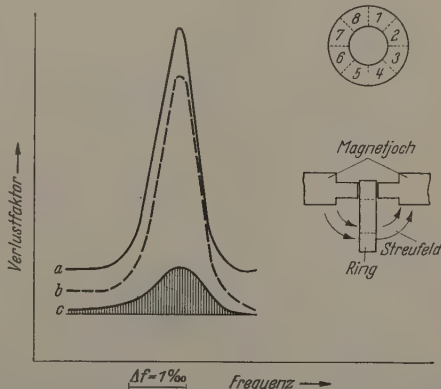


Abb. 7. Verhalten einer Resonanzkurve bei örtlicher Aufmagnetisierung des Kernes. a) Ganzes Kern aufmagnetisiert; b) nur Gebiet 2 aufmagnetisiert; c) obere Schranke bei einzelner Aufmagnetisierung der Gebiete 1, 3, 4, 5, 6, 7 bzw. 8

Ferrits auftreten. Am (vorher entmagnetisierten) Kern wurden acht willkürlich gekennzeichnete Segmente markiert (s. Skizze in Abb. 7), die möglichst einzeln remanent aufmagnetisiert wurden; eine bestimmte Resonanzlinie wurde immer wieder untersucht. Die Ergebnisse zeigt Abb. 7: Die voll durchgezogene Linie stellt die Resonanzkurve nach einer Aufmagnetisierung

des ganzen Kernes dar; sie trat nach einer gleichstarken Aufmagnetisierung des Segmentes 2 allein wieder fast in voller Höhe auf, während die gleiche Behandlung aller anderen Segmente zu keiner Resonanz führte; nur kleine Erhöhungen konnten verzeichnet werden, die sich aber als eine durch das Streufeld hervorgerufene schwache Aufmagnetisierung des Bereichs 2 deuten lassen (s. dazu Skizze in Abb. 7).

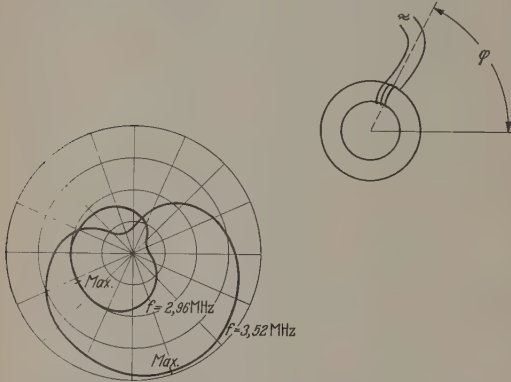


Abb. 8. Messung mit Suchspule; azimutale Verteilung der Resonanzüberhöhung zweier Resonanzen ($\varphi \sim$ Resonanzüberhöhung)

Beim zweiten Versuch wurde der gleichmäßig aufmagnetisierte Kern mit einer schmalen, längs des Umfangs verschiebbaren Spule abgetastet (s. Skizze in Abb. 8), was erfolgversprechend ist, da

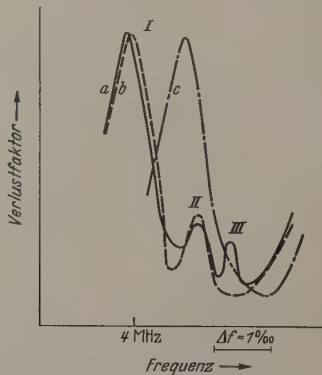


Abb. 9. Verhalten einiger Resonanzen beim Verringern der Höhe des Kernes. a 0%; b 1%; c 10% der Höhe abgeschliffen

wegen der verhältnismäßig kleinen Permeabilität des Kernes ($\mu_a/\mu_0=20$) an der Stelle, an der sich die Spule befindet, die maximale Feldstärke herrscht. Das Polardiagramm (Abb. 8) zeigt die Resonanzüberhöhung von zwei aus der Gesamtheit willkürlich herausgegriffenen Resonanzen in Abhängigkeit von der azimutalen Lage der Suchspule. Man erkennt bei jeder Kurve ein deutliches Minimum, woraus man die Lage des entsprechenden Schwingungszentrums im Kern ziemlich genau fixieren kann. Interessant ist in diesem Zusammenhang, daß die besonders kräftigen Absorptionen (s. die zwei auffallenden Überhöhungen in Abb. 3) in der Regel von zwei oder auch von mehreren im Kern örtlich verteilten Schwingern mit fast übereinstimmenden Resonanzfrequenzen hervorgerufen werden, denn die Spulengüte zeigt als Funktion des

Azimuths — bei der entsprechenden Frequenz gesehen — zwei oder mehrere Minima. Die genaue der beteiligten Schwinger kann aber nicht sichergestellt werden, da eine Aufspaltung mit Hilfe des Verfahrens unmöglich ist, wenn die Zentren sehr beieinander oder überhaupt im selben Normalsektor des Kernes liegen.

Um weitere Aufschlüsse über die Verteilung der Schwingungszentren zu gewinnen, wurde die Höhe eines Kernes durch Abschleifen verringert. Wenn die Geometrie des ganzen Kernes für die Resonanzfrequenzen maßgebend wäre, dann müßte nun eine Verschiebung derselben auftreten. Abb. 9 zeigt jedoch, daß sich die Frequenz einer Resonanz nach dem Abschleifen der Höhe des Kernes um 10% nur um $1\frac{1}{100}\%$ verschoben hat. Diese Verschiebung dürfte kaum damit mit der Änderung der Abmessung des Kernes zusammenhängen, sondern auf eine damit verbundene kleine Störung von anderen für den Schwingungsver-

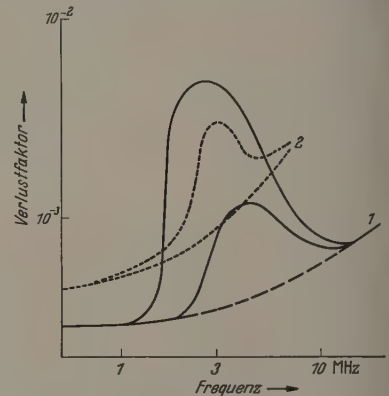


Abb. 10. Resonanzcharakteristiken von zwei Kernen verschiedener Zusammensetzung

maßgebenden Größen zurückzuführen sein. Wie Abb. 9 zeigt das Bild, daß manche Resonanzen nach dem Abschleifen nicht mehr aufzufinden sind. So ist z. B. die mit III bezeichnete Resonanz verschwunden, nachdem die Höhe des Kernes um 1% verringert wurde. Bei weiterem Abschleifen kann auch die Resonanz II nicht mehr festgestellt werden. Dies läßt vermuten, daß sich die schwingungsfähigen Gebilde, die diese Absorptionen hervorriefen, in dem Teil des Kernes befanden, der abgetrennt wurde.

Durch diese drei verschiedenen Experimente ist die örtliche Verteilung der Schwingungszentren im Probekörper eindeutig bewiesen worden sein.

Eigenschaften der Resonanzcharakteristiken

Bei gleichartigen Kernen erhält man, grob gesehen, auch stets die gleiche Resonanzcharakteristik, die aber die einzelnen Resonanzkurven in keiner Weise übereinstimmen. Die Anordnung der Einzelresonanzen sowohl in bezug auf ihre Frequenz als auch auf ihre Stärke scheint überhaupt ganz statistisch zu sein; es ist keine Gesetzmäßigkeit zu erkennen (s. Abb. 3). Wesentlich ist dagegen, daß sich bei einem Kern auch nach wiederholten Quarzglühungen, die mit einer Erhitzung über den Schmelzpunkt verbunden sind, immer das gleiche Spek-

und daß die entsprechenden Schwingungen immer im gleichen Kerngebiet festgestellt werden können. Daraus folgt, daß die Ursache, die die einzelnen Resonanzen führt, schon durch den inneren Aufbau des Kernes, wie er nach der Sinterung gegeben ist, festgelegt wird.

Das Resonanzphänomen konnte bisher bei allen untersuchten Perminvarferriten beobachtet werden. Resonanzcharakteristik ist jedoch in gewisser Hinsicht vom Stoff abhängig. Abb. 10 zeigt z.B. die Charakteristiken von zwei Kernen gleicher Form und gleichartiger Vorbehandlung aber verschiedener Zusammensetzung (Kern 1: $\text{Co}_{0,02}\text{Mn}_{0,06}\text{Ni}_{0,72}\text{Fe}_{2,2}\text{O}_4$, Kern 2: $\text{Co}_{0,02}\text{Mn}_{0,06}\text{Ni}_{0,50}\text{Zn}_{0,22}\text{Fe}_{2,2}\text{O}_4$). Man sieht, daß die Resonanzen in beiden Fällen ungefähr im gleichen Frequenzgebiet auftreten. Die eine Charakteristik (Kern 1) ist identisch mit der bereits früher beschrieben und näher beschriebenen, während die andere an einem höherpermeablen Kern gewonnen wurde. Da bei diesem Ferrit die gyromagnetische Resonanzfrequenz tiefer liegt als bei dem Stoff mit der geringeren Permeabilität, beginnen die Verluste schon bei niedrigeren Frequenzen anzusteigen. Diesem normalen Anstieg überlagern sich die durch die Resonanzen verursachten Verluste. Bei einer genaueren Betrachtung der Charakteristik des Kernes 2 kann man ablesen, daß bei diesem Kern nur Einzelresonanzen auftreten, die nicht so dicht liegen, daß die einzelnen Resonanzkurven ineinander überschneiden, wie dies beim anderen Stoff ab 2 MHz auftritt. Da auch die Überhöhung nicht so auffällig sind — der Verlustfaktor ist bei diskreten Frequenzen maximal „nur“ auf den vierfachen Wert an, gegenüber einem Faktor 15 bei einem Kern mit der kleineren Permeabilität — erstreckt diese Charakteristik weniger eindrucksvoll als die Charakteristik des Kernes 1.

Außer der Zusammensetzung übt auch die Geometrie des Kernes einen Einfluß auf die Resonanzcharakteristik aus. So zeigt z.B. die Untersuchung von sonst gleichartigen Ringkernen verschiedener Größe eine Verminderung der Resonanzfreudigkeit mit zunehmender Höhe in der Weise, daß die Singulartäler mehr bei höheren Frequenzen auftreten und die Überhöhungen in der Verlustkurve geringer werden. Der Grund hierfür ist wahrscheinlich in der mit der Vergrößerung des Entmagnetisierungsfaktors verbundenen Herabsetzung des inneren Feldes zu liegen; auf den großen Einfluß desselben auf das Resonanzphänomen wurde schon hingewiesen.

Im Zusammenhang soll noch erwähnt werden, daß das Phänomen auch bei Proben anderer geometrischer Formen als der hier genauer untersuchten Kugelkerne auftritt. Es konnte z.B. auch bei stäbchenförmigen und würfelförmigen Proben festgestellt werden, wenn nur alle Vorbedingungen erfüllt waren. Die Resonanzcharakteristik ist jedoch, wie bereits gesehen, von Fall zu Fall verschieden.

Außer von der Zusammensetzung des Ferrits und der Geometrie des Probekörpers wird die Resonanzcharakteristik natürlich auch von der Vorbehandlung des Kernes beeinflusst, wie z.B. von den Sinterbedingungen und dem genaueren Verfahren bei der Sinterung. Jedoch verursachen hierbei kleine Änderungen keine nennenswerten Änderungen.

Sehr stark aber ist die Resonanzcharakteristik vom magnetischen Zustand des Kernes abhängig, weil es,

wie bereits gezeigt, auch die Überhöhungen der Einzelresonanzen sind. Auf diesbezügliche genauere Angaben soll in diesem Beitrag verzichtet werden, da sie nichts Aufschlußreiches bringen würden.

Vergleiche mit bekannten Resonanzen

Wesentlich ist die Frage nach der Ursache des Resonanzphänomens. Bisher sind folgende Resonanzerscheinungen bei Ferriten bekannt:

- Gyromagnetische Resonanzen [4],
- Blochwandresonanzen [5],
- Raumresonanzen (dielektrische Resonanzen) [6],
- Magnetostriktive Resonanzen [7].

Um irgend eine Art von *gyromagnetischen Resonanzen* kann es sich bei unserem Resonanzphänomen nicht handeln, da, wie gezeigt wurde, die einzelnen Resonanzfrequenzen praktisch unabhängig vom inneren Feld sind.

Auch *Blochwandresonanzen* sind ausgeschlossen. Es ist nämlich unwahrscheinlich, daß bei Blochwandresonanzen die Resonanzfrequenzen durch verschiedene starke permanente Aufmagnetisierung (s. Abb. 6) oder durch Anlegen eines Gleichfeldes (s. Abb. 7) fast nicht verschoben werden können, obwohl in beiden Fällen die Blochwände wesentlich verändert werden. Außerdem ist nicht einzusehen, warum die Resonanzen nicht auch ohne remanentes Feld vorhanden sein sollten. Die Tatsache, daß nach wiederholten Querfeldglühungen, die mit einer Erhitzung über den Curie-Punkt verbunden sind, stets das gleiche Spektrum gefunden wird, entkräftigt ebenso die Annahme von Blochwandresonanzen, da es sehr unwahrscheinlich ist, daß sich die Weißschen Bezirke gleich ausbilden.

Raumresonanzen kommen auch nicht in Frage, denn bei einer Raumresonanz gilt für die Resonanzfrequenz größenordnungsmäßig [6]

$$f_r = \frac{k}{d \cdot \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a}} \quad k \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$$

- μ_a = relative Anfangspermeabilität,
- ϵ_a = relative Dielektrizitätskonstante (bei kleiner Feldstärke gemessen),
- d = maßgebende Länge oder Dicke des Kernes.

Beim untersuchten Ferrit betragen die Materialkonstanten

$$\mu_a \approx 20,$$

$$\epsilon_a \approx 10.$$

Damit erhält man mit $f_r = 1$ bis 14 MHz

$$d \approx 50 \text{ bis } 700 \text{ cm.}$$

Die Abmessungen des Kernes liegen aber weit unterhalb von 50 cm. Die Frequenz einer dielektrischen Resonanz müßte demnach viel höher liegen. Ferner könnte man sich die große Zahl der Resonanzen bestenfalls durch Oberschwingungen erklären, was aber bei konstantem d wieder eine Vervielfachung von f_r verlangen würde. Das wichtigste Gegenargument ist jedoch die örtliche Verteilung der Schwingungszentren im Kern und die unbedingte Notwendigkeit einer Aufmagnetisierung desselben.

Nun bleibt also nur mehr der Vergleich mit einem *magnetostriktiven Schwingen* übrig. Hierbei kann man einige auffallende Parallelitäten feststellen.

Bekanntlich benötigt auch ein magnetostriktiver Schwinger eine Vormagnetisierung; weder bei $H = 0$ noch bei sehr großen Feldern kann eine Schwingung angeregt werden. Es muß hier jedoch erwähnt werden, daß die beschriebenen Resonanzen bislang nur dann gefunden werden konnten, wenn das Meßfeld und die Vormagnetisierung normal aufeinander standen. Deutlich zeigt dies folgender Versuch: Ein magnetfeldgeglühter Perminvarferritwürfel wird in eine Spule

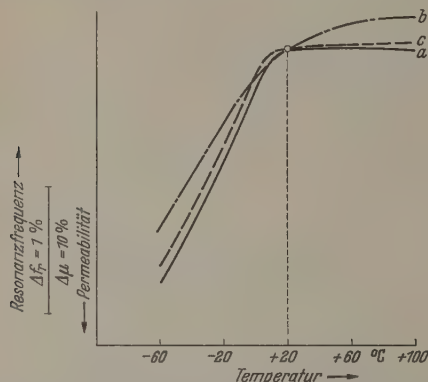


Abb. 11. Permeabilität und Resonanzfrequenz eines Kernes als Funktion der Temperatur (Kern befindet sich in der Remanenz). a Resonanzfrequenz (Phänomen); b Resonanzfrequenz (magnetostriktive Schwingung des ganzen Kernes); c Permeabilität

gebracht. Wir betrachten nun ein körperfestes Koordinatensystem. Das Feld während der Temperung habe in der z -Richtung gelegen. Es treten die Absorptionserscheinungen hauptsächlich nur dann auf, wenn das Hochfrequenzfeld in der x - oder y -Richtung

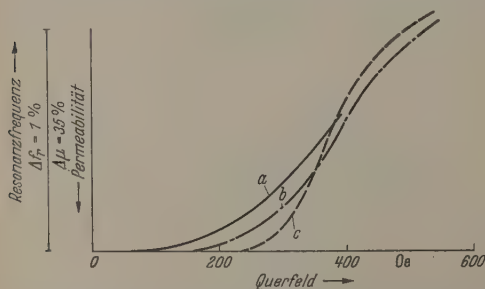


Abb. 12. Permeabilität und Resonanzfrequenz eines Kernes als Funktion eines Quersfeldes (von der Remanenz ausgehend). a Resonanzfrequenz (Phänomen); b Resonanzfrequenz (magnetostriktive Schwingung des ganzen Kernes); c Permeabilität

angelegt wird. Liegt die Spulenachse auch in der z -Richtung, so kann man nur schwache Resonanzerscheinungen feststellen. Da man aber das System vor allem aus meßtechnischen Gründen nicht so aufbauen kann, daß das Hochfrequenzfeld im ganzen Würfel streng parallel zu einer Hauptachse des Würfels verläuft, wird vermutet, daß diese sehr schwachen Unregelmäßigkeiten in der Verlustkurve von den Komponenten des Hochfrequenzfeldes verursacht werden, die in der $x-y$ -Ebene liegen. Hieraus folgt, daß die Elementarschwinger, falls sie magnetostriktiver Natur sind, keine Längs-, sondern nur Querschwingungen ausführen können. Diese Erscheinung könnte damit zusammenhängen, daß in einem feldgetemperten Perminvarferrit bei der beschriebenen Feldkonfigura-

tion vorzugsweise nur Drehprozesse der spontanen Magnetisierung auftreten können.

Mißt man bei beiden Resonanzerscheinungen die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Temperatur, so findet man ähnliche Kurven, wenn die prozentuale Änderung aufträgt (Abb. 12). Kurve a entspricht dem Verlauf einer vom Spektrum eines Kernes willkürlich herausgegriffenen Resonanzfrequenz während die Kurve b den Temperaturgang der Resonanzfrequenz einer magnetostriktiven Schwingung des Kernes wiedergibt. In der Abbildung ist auch die Änderung der Anfangspermeabilität des Kernes eingezeichnet. Eine Verknüpfung¹ der beiden Größen f_r und μ_a ist augenfällig. Der ungleichförmige Verlauf der Anfangspermeabilität über der Temperatur ist besonders Kennzeichen der Perminvarferrite [9], wird durch einen Vorzeichenwechsel der Anisotropieenergie verursacht.

Ähnliche Parallelitäten ergeben sich, wenn diese beiden Resonanzfrequenzen und die Permeabilität als Funktion der Feldstärke² aufnimmt (Abb. 12). Die Kurven wurden gemessen, nachdem der Kern zuerst in der Querrichtung aufmagnetisiert wurde. Angaben der Feldstärke beziehen sich wieder auf das äußere Quersfeld (s. dazu auch Abb. 7 und dessen Beschreibung).

Der letzte Vergleich bezieht sich auf die Möglichkeit einer Bedämpfung beider Schwingungserscheinungen durch mechanische Einwirkungen. Ein magnetostriktiv angeregte Eigenschwingung eines Ferritkernes kann nämlich leicht bedämpft werden, schon ein um den Schwinger gewickelter Faden bewirkt die Resonanzüberhöhung wesentlich herabzusetzen. Ein solcher Effekt konnte vorerst bei den neu entdeckten Resonanzen nicht gefunden werden. Bei einer Einbettung des Kernes in Sand blieb vollkommend wirkungslos. Erst bei Anwendung eines verhältnismäßig starken Druckes (~ 500 kp/cm²) auf ein Gebiet des Ringkernes, in dem das Schwingungszentrum festgelegt wurde, kann man eine Wirkung beobachten: Die Höhe der Resonanzkurve ist sehr herabgesetzt. Der Gegenversuch — Druck auf die gegenüberliegende Stelle des Ringes — bestätigt, daß eine Bedämpfung einer Schwingung im wesentlichen nur durch Druck auf jenes Gebiet des Probekörpers, welches das Schwingungszentrum enthält, erreicht werden kann. Man sieht also, daß eine Bedämpfung in beiden Fällen zwar möglich ist, aber es ist bemerkenswert, daß äußere mechanische Einwirkungen die Güte der hier beschriebenen Resonanzen weniger beeinflussen als die Güte eines üblichen magnetostriktiven Schwingers.

Folgerungen

Nach all dem Gesagten scheint es sehr wahrscheinlich, daß die Resonanzen magnetostriktiver Natur sind.

¹ Beim magnetostriktiven Schwinger ist bekannt, daß die Permeabilität-Temperatur-Kurve ähnlich dem Verlauf der Temperaturabhängigkeit des piezomagnetischen Kopplungskoeffizienten bewirkt wird [8].

² Beim üblichen magnetostriktiven Schwinger ist die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz mit der Feldstärke eine Folge des ΔE -Effekts [10], denn die Resonanzfrequenz ist proportional \sqrt{E} (Längsschwinger) bzw. \sqrt{G} (Torsionsschwinger). (E ist das Elastizitätsmodul, G Torsionsmodul).

Um Oberwellen des ganzen Kernes als Schwingen es sich nicht handeln, da es, wie eindeutig be-
n wurde, örtliche Schwingungszentren gibt. Man
daher annehmen, daß die Resonanzen von kleinen
magnetostriktiven Elementarschwingern im Kern her-
n. Deren Größe kann man abschätzen, wenn die
Frequenz einer magnetostriktiven Grundschwingung
Resonanzen Kernes bekannt ist. Mit der vereinfachen-
Annahme, daß man in beiden Fällen die gleiche
Schwingungsart bei gleichen Randbedingungen und
ebenen Materialkonstanten vorfindet, verhalten sich
Frequenzen umgekehrt wie die maßgebenden
Längen der Schwingen. Es gilt also:

$$f_1 : f_2 = l_2 : l_1.$$

$f_1 \approx 0,04$ MHz [ungefährer Wert der Frequenz der
magnetostriktiven Grundschwingung (Torsionsschwin-
gung) des ganzen Kernes], $f_2 = 1$ bis 14 MHz (Fre-
quenzspektrum des Resonanzphänomens), $l_1 \approx 10$ mm
Abgebende Dimension des Kernes bei der magneto-
striktiven Grundschwingung) erhält man:

$$l_2 \approx 0,4 \text{ bis } 0,03 \text{ mm.}$$

wären verhältnismäßig große Bezirke.
Wieso solche Gebilde, die man sich im restlichen
Material fest eingebettet vorstellen muß, überhaupt
einer Güte von 1000 schwingen können, konnte
jetzt noch nicht in befriedigender Weise geklärt
werden. Auch das Gefügebild liefert diesbezüglich
keine weiteren Anhaltspunkte, denn es zeigt einen,
der auch nicht fehlerlos, so doch gleichmäßigen
Aufbau des Ferrits aus ungefähr $3 \mu\text{m}$ großen Kri-
stalliten.

Zusammenfassung

Bei querfeldgeglühten Perminvarferriten wurde ein
solches Phänomen entdeckt. Zwischen rund 1 und

14 MHz treten im Frequenzverlauf des Verlustfaktors
zahlreiche Überhöhungen in der Form von schmalen
Resonanzkurven (Güte etwa 1000) auf¹. Die Eigen-
schaften dieser Resonanzen werden beschrieben. Beim
Vergleich mit bekannten Resonanzerscheinungen kann
man gewisse Ähnlichkeiten mit einem magnetostrik-
tiven Schwingen feststellen. Anscheinend handelt es
sich um kleine, örtlich verteilte magnetostriktive
Elementarschwingen im Kern, die nach grober Ab-
schätzung in der Größenordnung von 0,03 bis 0,4 mm
liegen müßten. Eine vollständige Klärung des Phä-
nomens ist jedoch noch nicht gelungen.

Herrn Dr. M. KORNETZKI danke ich für wertvolle
Hinweise und anregende Diskussionen.

Literatur: [1] KORNETZKI, M., J. BRACKMANN u. J. FREY:
Naturwiss. 42, 482 (1955). — Siemens-Z. 29, 434 (1955); 32,
412 (1958). — [2] KAYA, S.: Rev. Mod. Phys. 25, 49 (1953). —
[3] ELMEN, G.W.: J. Franklin Inst. 206, 317 (1928); 207, 583
(1929). — Electr. Engng. 54, 1292 (1935). — KÜHLEWEIN, H.:
Wiss. Veröff. Siemens-Konzern 10, H. 2, 72 (1931). — Bo-
ZORTH, R.M.: Ferromagnetism, S. 160ff. New York: D. van
Nostrand Co. 1951. — [4] SNOEK, J.L.: Nature, Lond. 160,
60 (1947). — Physica, Haag 14, 207 (1948). — BELJERS, H. G.,
u. J. L. SNOEK: Philips techn. Rdsch. 11, 317 (1950). — [5] DÖ-
RING, W.: Z. Naturforsch. 3a, 373 (1948). — RADO, G.T., R.W.
Wright and W.H. Emerson: Phys. Rev. 80, 273 (1950). —
[6] BRACKMANN, F.G., P.H. DOWLING und W.G. STENECK:
Phys. Rev. 77, 85 (1950). — [7] DIETHELM, C.W.: Techn. Mitt.
PTT 29, 281 (1951). — SIXTUS, K.: Frequenz 5, 335 (1951). —
[8] VAN DER BURGT, C.M.: Philips Res. Rep. 12, 97 (1957). —
[9] v. KIENLIN, A.: Z. angew. Phys. 9, 634 (1957). — [10]
BECKER, R., u. W. DÖRING: Ferromagnetismus, S. 336f.
Berlin: Springer 1939. — [11] ROBERTS, S.: Phys. Rev. 71,
890 (1947).

Dipl.-Ing. H. RABL,
Siemens & Halske AG., München 8, Balanstraße 73

¹ Eine ähnliche Erscheinung bei Bariumtitanat s. [11].

Beobachtungen an elektrischen Drahtexplosionen

Von WERNER SCHAAFFS

Mit 2 Textabbildungen

(Eingegangen am 17. November 1958)

In einem ausführlichen Bericht mit dem Titel „Stu-
die zum Mechanismus von elektrischen Drahtexplo-
sionen“ hat WILLIAM CONN in dieser Zeitschrift [1] das
1954 vorliegende Beobachtungsmaterial zusammen-
gefaßt und es durch eigene Untersuchungen über me-
tallische Niederschläge ergänzt. Daher kann auf diesen
Bericht als Einleitung zu den folgenden Mitteilungen
verzichtet werden.

Nur fast alle Beobachtungen und Messungen bei
Drahtexplosionen wurden bisher an ihren Licht-
erscheinungen und metallischen Niederschlägen ge-
macht. Die ersteren machten sich durch ihre geo-
metrische Verteilung, spektroskopische Zusammen-
setzung und zeitliche Veränderung bemerkbar. Sie
wurden durch hochgezüchtete kinematographische
Aufnahmen untersucht werden, wie sie z. B. BARTELS [2],
und EISELT [4] entwickelt haben. Die Beobach-
tungen von metallischen Niederschlägen, sei es auf
Drahten, die einem Drahte parallel liegen, sei es
auf einem Ausmessung und Zählung von herausgeschleu-
ten Teilchen, lassen nur indirekte Rückschlüsse

auf jene Geschehnisse zu, welche infolge der grellen
Lichterscheinungen bis vor kurzem nicht direkt be-
obachtet werden konnten. Erst die Röntgenblitz-
Photographie gestattet, einen echten Einblick in die
Formen einer Drahtexplosion während der Zeit-
momente ihrer interessantesten Ausprägung zu tun.
Diese Untersuchungsmethodik deutet der Bericht von
W. CONN nur mit wenigen Sätzen an, sodaß in dieser
Mitteilung darüber einiges gesagt werden möge.

Der Verfasser hat in [5] eine zusammenfassende
Darstellung über Röntgenblitzröhren und ihre An-
wendungen, insbesondere auf Probleme des elektrischen
Funkendurchschlags in Flüssigkeiten, gebracht.
K.H. HERMANN [6] hat für Funkendurchschläge in
Gasen eine genaue Ausarbeitung der Untersuchungs-
methodik gegeben, nachdem zuvor R. SCHALL [7] und
G. THOMER Stoßwellen in Gasen mit Hilfe von Rönt-
genblitzen photographiert hatten. W. SCHAAFFS und
K.H. HERMANN [8] haben mit Hilfe von Röntgen-
blitz-Kinematographie die Bildung von Brüchen im
hochtemperierten Plasma eines auseinandergehenden

Starkstromlichtbogens nachgewiesen. Diese Beobachtung hat große Ähnlichkeit mit denen bei Drahtexplosionen. G. THOMER [9] hat wohl als erster mit Hilfe eines Doppelröntgenblitzrohres an einem stoßartig verdampfenden Wolframdraht zwei unmittelbar aufeinander folgende Phasen mit periodischer Unterteilung photographiert.

Der Verfasser, der sich vor mehreren Jahren ebenfalls mit dieser Meßmethodik beschäftigt hat, möchte über die Schaltung und die dabei gemachten Beobachtungen kurz berichten. Die Versuchsanordnung geht aus Abb. 1 hervor. Im Strahlungsfeld einer Hoch-

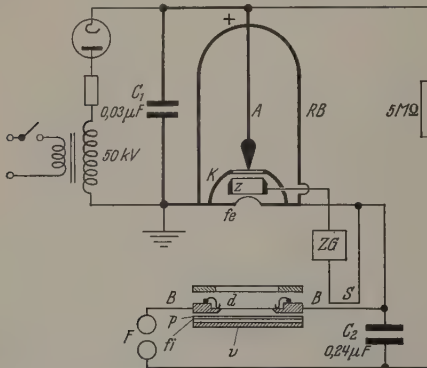


Abb. 1. Röntgenblitzschaltung zur Beobachtung von elektrischen Drahtexplosionen an Kupferdrähten

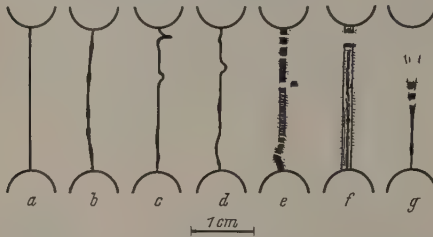


Abb. 2a—g. Zeichnerische Wiedergabe von Röntgenblitzaufnahmen verschiedener Phasen und Erscheinungsformen der Drahtexplosion an 0,2 mm starken gereckten Kupferdrähten

vakuum-Röntgenblitzröhre RB lag ein leicht auswechselbares Drähtchen *d*. Seine Enden lagen in den Nuten zweier Backen *B* und wurden durch Blattfedern fest angedrückt. Aus der gleichen Hochspannungsquelle, aus der der Kondensator C_1 für die Röntgenblitzröhre gespeist wurde, wurde der große Kondensator C_2 aufgeladen. Kapazitäten und Widerstände waren so bemessen, daß die Aufladung von C_1 längst beendet war, wenn sich C_2 über das Drähtchen *d* und die Funkenstrecke *F* entlud. Dadurch wurde in der Kopplungsschleife *S* ein Spannungsimpuls erzeugt, der über das Zeitverzögerungsglied ausgerüstet) lief und durch einen Feldemissionsfunken im Spalt zwischen der Zündelektrode *Z* und der Kathode *K* die Röntgenblitzentladung auslöste. Als Röntgenblitzröhre diente eine in [10] beschriebene Röhre mit kalottenförmiger Hohlkathode *K* und einer in dieser angebrachten zylinderförmigen Zündelektrode *Z*. Das Strahlenaustrittsfenster *fe* von etwa 3 cm \varnothing bestand aus Cellophanfolie von 0,03 mm Dicke, um möglichst viel weiche Strahlungsanteile durchtreten lassen zu

können. Der Röntgenfilm *fi* unter dem Draht *d* 22 cm vom Fokus entfernt. Er lag mit seiner Unterseite auf einer Verstärkerfolie *v*, während schwaches Papier *p* die Oberseite gegen Licht und Hitzestrahlung schirmte. Um die Filmbreite besser auszunutzen, wurde eine Bleiplatte mit rechteckigem Ausschnitt über den Draht *d* gesetzt und von Aufnahme zu Aufnahme weiter geschoben.

Bei den Versuchen des Verfassers kamen Drähte aus Kupfer vom Durchmesser 0,2 mm zur Anwendung. Die Drähte bestanden zunächst aus weichem Material und lagen als gerade Stücke zwischen den Backen. Unter dem Einfluß der elektrischen Entladung machten sie oft wilde Bewegungen, bevor sie durchschmolzen, und es war nur selten möglich, die Phasen des Durchschmelzens bzw. Durchbrennens selbst auf dem Film *fi* zu bekommen. Diese Bewegungen wurden stark eingeschränkt und die interessanten Phasen einer Drahtexplosion waren wesentlich leichter zu erhalten, wenn ein langer Kupferdraht bis zum Durchreißen gereckt wurde und aus ihm erst dann die Drähtchen für die Versuche geschnitten wurden. Die interessantesten Phasen einer Drahtexplosion dauern nur einige Mikrosekunden. Dieser Zeitbereich konnte nach den Erfahrungen des Verfassers um $\pm 10 \mu\text{sec}$ früher oder später liegen, so daß ein Überblick über die verschiedenen Erscheinungsformen einer Drahtexplosion nur durch Häufung des Beobachtungsmaterials zu gewinnen war. Die von BARTELS und EISELT [2], [3], [4] angewendete Hochfrequenzkinematographie mit einer Bildfrequenz von $10^6/\text{sec}$, die den Ablauf der Erscheinungen an einem einzelnen Objekt zu beobachten erlaubt und nicht die interessierende Phase eingestellt werden muß, ist bei Röntgenblitzen noch nicht erreicht worden. G. THOMER [9] hat aber mit einer Doppel-Röntgenblitzröhre wenigstens zwei in 1 bis 2 μsec aufeinander folgende Phasen erfassen können.

Die Zeichnungen der Abb. 2 sind maßstabsgerechte Wiedergaben von Röntgenblitzaufnahmen der Drahtexplosionen gereckter Kupferdrähte:

Der ursprüngliche nach a) gerade Draht dehnt sich durch Erwärmung aus. Er erhält eine gewisse Krummung, oft aber auch ein körniges Aussehen, wie es in Bild b) wiedergibt. Das körnige Aussehen ist auf die Bildung der zuerst von J. PLATEAU (s. in [1]) beobachteten Unduloide infolge von Oberflächenspannung während der Drahtschmelze zurückzuführen.

Der Fall mehrerer Knicke, von denen meist der erste besonders stark ausgeprägt ist, scheint häufig aufzutreten. Besonders in der Nähe der Elektroden, wo der Draht offenbar unabhängig von ihrer Polung, treten so viele Knicke auf, wie z.B. die Fälle c) und d) zeigen. In diesen Knickestellen wird möglicherweise später das Material herausgeschossen, wobei sich nicht entscheiden läßt, ob dieses dann noch fest, flüssig oder dampfförmig ist.

Der Fall der Abbildung e) ist wahrscheinlich eine spätere Phase des Falles d). Man erkennt das daran, daß der Draht auseinandergeht und sich in zwei Unterteilungen angedeutet sind. Der Verfasser ist zu folgender Deutung des Ausstoßens von Teilen des Drahtes gekommen: Der Draht besteht aus einzelnen besonders großer Mikrokristalle, die so dicht aneinander liegen, daß sie ein zusammenhängendes Drahtgefüge so, daß seine oberen und unteren Grenzflächen mehr oder minder schräg zur Längsrichtung

Drahtes liegen. Parallel zu diesen Gefügegrenz-
en tritt das Schmelzen und Gleiten zuerst ein.
Infolge der Erwärmung und Verlängerung
an Drahtes erzeugten Stauchungsstoß wird
Mikrokristall bzw. die Masse, die vorher ein Mikro-
kristall war, quer zur Drahttrichtung herausgeschossen.
Bild e) geht hervor, daß die Geschwindigkeit
größer als 1000 m/sec gewesen sein muß.

Spätere Phasen der Drahtexplosion können so
sehen wie im Fall f), wo offenbar ein sich über die
Länge gleichmäßig erstreckendes Abdampfen
ergibt, nachdem in der Nähe der oberen Elektrode
vorher ein Drahtstück herausgeschossen worden
ist. Hier sie können die bekannte, schon von THOMER
[1] mitgeteilte Form haben, bei der eine mehr oder
weniger gleichförmige Unterteilung des auseinander-
gehenden Drahtes vorliegt. Während THOMER aber
ein Bild von 1 cm Länge eines verdampfenden
Drahtes gibt, findet sich in einer neueren
Arbeit von D. ELLE [11] eine 5 cm lange Wiedergabe
des verdampfenden 0,3 mm starken Bleidrahtes, der
etwa 40fache Unterteilung zeigt. Während
THOMER und ELLE Drähte aus den schweren Metallen
Kupfer und Blei benutzten, kamen in dieser Arbeit
auch aus Kupfer zur Anwendung. Der an sich
gute Bildkontrast bei Kupfer wurde durch den
großen Anteil weicher Strahlen bei dem Röntgen-
rohr des Typs der Abb. 1 wieder einigermaßen
vermindert. Da Reproduktionen der Original-
aufnahmen trotzdem noch zu wünschen übrig ließen, wurde
eine zeichnerische Wiedergabe nach Abb. 2a—g vor-
genommen. Hinsichtlich der Entstehung der Unter-
teilungen aus den Plateauschen Unduloiden und über

ihren Zusammenhang mit der sog. Dunkelphase siehe
den Bericht [1].

Schließlich zeigt Bild g) den Fall, daß ein Teil des
Drahtes unbeeinflusst bleibt, während der übrige Teil
schon restlos verdampft ist und die vorhanden ge-
wesene Unterteilung sich gerade noch andeutet.

Zusammenfassung

Elektrische Drahtexplosionen gereckter Kupfer-
drähte werden mit Hilfe von Röntgenblitzen, die
einen von Lichterscheinungen ungestörten Einblick
erlauben, beobachtet. Oft zeigt sich, daß an den
Drahten infolge des Stromdurchgangs Stellen mit
ausgeprägten Knicken und Ausbuchtungen entstehen.
Offenbar werden an diesen Stellen Teile des Drahtes
mit Geschwindigkeiten von mehr als 1000 m/s heraus-
geschossen, noch bevor die schon von anderen Autoren
beobachtete Unterteilung und Verdampfung über die
ganze übrige Drahtlänge einsetzt.

Literatur: [1] CONN, W.: Z. angew. Phys. 7, 539—554
(1955). — [2] BARTELS, H., u. B. EISELT: Optik 6, 56—58
(1950). — [3] BARTELS, H., u. R. BEUCHELT: Z. angew. Phys. 10, 114—117 (1958). — [4] EISELT, B.: Z. Physik 132, 54—71
(1952). — [5] SCHAAFFS, W.: Ergebn. exakt. Naturw. 28, 1—46 (1954). — [6] HERRMANN, K. H.: Z. angew. Phys. 10, 349—356 (1958). — [7] SCHALL, R., u. G. THOMER: Z. angew. Phys. 3, 41—44 (1951). — [8] SCHAAFFS, W., u. K. H. HERRMANN: Z. angew. Phys. 6, 416—417 (1954). — [9] THOMER, G.: Z. angew. Phys. 5, 217—221 (1953). — [10] SCHAAFFS, W.: Vak. Techn. 3, 31—36 (1954). — DB-Pat. 935 262 (1955). — [11] ELLE, D.: Z. angew. Phys. 8, 81—85 (1956).

Prof. Dr. phil. WERNER SCHAAFFS
(Technische Universität Berlin-Charlottenburg,
Fak. II: Abt. Physik), privat: Berlin-Siemensstadt,
Rieppelstraße 20

Quantitative Bedeutung des Röntgen-Schattens*

Von G. SPIEGLER

Mit 2 Textabbildungen

(Eingegangen am 17. November 1958)

1. Der Begriff des Flächengewichts

Das Röntgen-Schattenbild auf einer medizinischen
oder industriellen radiographischen Aufnahme wird
ähnlich nur in einer qualitativen Weise inter-
pretiert. Es ist aber kaum zu bezweifeln, daß eine
quantitative oder wenigstens „halbquantitative“ Me-
thode sehr viel zum Verständnis und der Deutung der
radiographischen Aufnahme beitragen könnte. Bei
Anwendung von Röntgen- oder Gammastrahlen
in einem beliebigen Gebiet würde sich jedermann des Um-
fanges und der Grenzen der Radiographie bewußt
sein und würde sich auch ein Bild machen von der
Größe der noch erkennbaren Schichtdickendifferenz in
interessierenden Material.

Während es üblich ist, die Absorption eines Filters,
bei Röntgenstrahlen-Arbeiten verwendet wird,
in seine Dicke in mm zu kennzeichnen, wäre es
wissenschaftlichen Standpunkt aus besser, die
Absorption durch die „effektive Schichtdicke“ (ESD)

zu charakterisieren, d.h. durch die Masse pro cm²
(s. unten). Ein Filter von z.B. 1 mm Cu Dicke
bewirkt eine größere Absorption, wo es eine größere
Dichte hat — hervorgerufen durch den Bearbeitungs-
prozeß, dem das Material unterworfen war.

Wir werden die Masse pro Flächeneinheit, aus-
gedrückt in mg/cm², die „effektive Schichtdicke“ ESD
oder das „Flächengewicht“ nennen, einen Ausdruck,
der für Radiumplatten und für andere Überzugs-
prozesse (z.B. beim Überziehen von Papier mit irgend-
welchen Schichten) gebräuchlich ist.

Als instruktives Beispiel, das die Unterschiede
zwischen ESD, totaler Schichtdicke und Konzen-
tration (als Masse pro Volumeneinheit) zeigt, werden
wir Bleiglas betrachten, einen wohlbekannten Schutz-
stoff; die gleiche ESD von Blei (g/cm²) in Bleiglas
wird die gleiche Absorption bewirken, gleichgültig,
ob das feinverteilte Material nach Art eines Tele-
skops zusammengeschoben oder längs der Strahlen-
richtung auseinandergezogen ist. Umgekehrt schwächt
die gleiche Schichtdicke Bleiglas die Strahlung in

Herrn Professor B. RAJEWSKY zum 65. Geburtstag
met.

einem Maße, das sich mit der Konzentration des Bleis im Glas ändert.

Der Leser wird leicht die einfache Beziehung zwischen der ESD d_e , der Konzentration c (der eingetrachten oder gelösten Substanz in g/cm^3) und der gesamten Dicke des ganzen Filters d_f (des Bleiglasses oder einer Lösung) einsehen:

$$d_e = c \cdot d_f.$$

Die Konzentration ergibt sich daher aus der ESD und der Gesamtschichtdicke, die in unserem Beispiel die Gesamtschichtdicke des Bleiglasses ist. Bei Einbettung eines Absorbers in einen anderen bedeutet es keinen Unterschied für die Röntgenstrahlen, in welcher Kombination miteinander die beiden Absorber stehen (Mischung, Lösung oder Verbindung).

Der kleinste noch erkennbare Wert der Konzentration (in g/cm^3) in irgendeiner Lösung hängt ab von der Dicke der durchstrahlten Schicht; er wird kleiner, wenn die Gesamtschichtdicke (Tiefe in Strahlenrichtung) wächst. So kann bei einer Gesamtschichtdicke von 3 cm schon ein Drittel der bei 1 cm noch erkennbaren Konzentration festgestellt werden.

Um den Leser auf das Verständnis der quantitativen Bedeutung eines Röntgenstrahlen-Schattens vom Standpunkt des Physikers aus vorzubereiten, führen wir unser Bleiglas-Beispiel noch einen Schritt weiter. Angenommen etwa, ein Bleiglas-Hersteller gibt für sein Fabrikat einen Bleigehalt von 2 mm an (als ESD des Bleis); wie könnte diese Behauptung nachgeprüft werden? Falls die Gesamtschichtdicke des Bleiglasses 6 mm beträgt, dann müßte eine Bleitreppel als Vergleichs-Standard auf eine Leer-Glasscheibe, der gleichen Zusammensetzung, jedoch um 2 mm dünner, gelegt werden; denn wenn die Leer-Glasplatte ebenfalls 6 mm dick wäre, würde sie mehr absorbieren als das Glas, in dem das Blei gelöst ist; folglich würde ein zu geringer Bleigehalt (als Bleidickenwert) gefunden werden, entsprechend der Absorption in 2 mm Glas. Angenommen, 2 mm Glas wäre die Halbwertschicht für die betreffende Strahlenqualität, dann würde der Bleigehalt um eine Halbwertschicht von Blei zu klein gefunden werden, die für kleine Röhrenspannungen bei 0,025 mm Blei liegt, ein Fehler, der aber gegenüber 2 mm Blei weniger als 1,5% ausmacht.

2. Abschätzung der erkennbaren Mengen

Wir werden nun die Lösung einer Substanz von mittlerem Atomgewicht in Wasser betrachten, etwa eines organischen Jod-Präparates, und dazu übergehen, abzuschätzen, welche Jodmenge in der Strahlenrichtung, wieder als Masse pro Flächeneinheit, bei einer gegebenen Strahlenqualität von z.B. 40 kV bestimmt werden kann.

Die kleinste erkennbare Dickendifferenz in einem Material kann abgeschätzt werden auf Grund der in erhältlichen Tabellen zusammengestellten Absorptionskoeffizienten [1]. Angenommen, ein photographischer Dichteunterschied in einer Aufnahme (oder im Schirmbild) von 5% (1,05:1), d.h. eine logarithmische Differenz von 0,05, sei noch gut erkennbar, und der lineare Absorptionskoeffizient von Jod für eine bestimmte Strahlenqualität sei 100, dann wird eine logarithmische Absorption von 0,05 hervorgerufen durch eine Dickendifferenz von 0,005 mm; das wäre

dann die kleinste noch erkennbare Schichtdicke bei einem spezifischen Gewicht von 5 wäre das $2,5 \text{ mg/cm}^2$. Das ist tatsächlich die Größenordnung, die experimentell gefunden wird.

Nimmt man einen Absorptionskoeffizienten μ für härtere Strahlung an, so würde sich die kleinste noch erkennbare Schichtdickendifferenz in gleicher Weise ergeben zu 100/70, d.h. 1,4mal größer; das wären $3,5 \text{ mg/cm}^2$ erkennbar.

Tatsächlich können kleinere Unterschiede festgestellt werden je nach der Charakteristik des nahmematerials. Falls der γ -Wert eines Röntgen größer als 1 ist, würde der Strahlenkontrast verstärkt. Der maximal erhältliche photographische Kontrast für 1 cm Dickenunterschied ist $\gamma \cdot \mu$, wobei γ Gradation des Films und μ der effektive Absorptionskoeffizient ist.

3. Bedingungen für einen richtigen Vergleich

Um eine möglichst genaue Bestimmung des Schattens eines Körpers in irgendeiner Form enthaltenen Substanz zu gewinnen, ist man versucht, die Schätzung auf Grund des Kontrastes durchzuführen. Der Kontrast hängt indessen nicht nur von der effektiven Wellenlänge ab, die selbst schwierig zu bestimmen ist, sondern auch von der Menge der Streustrahlung, die den Film trifft, sowie von photographischen und anderen Bedingungen. Solange diese Parameter nicht bekannt sind oder ihr Einfluß nicht eliminiert ist, kann die Auswertung daher nicht mit genügender Genauigkeit durchgeführt werden. Doch lassen sich mit Hilfe einer Methode, die das Schattenbild der interessierenden Substanz mit dem Schattenbild eines Standards vergleicht, der direkt daneben gestellt ist, die oben erwähnten Parameter „hinzufügen“, weil sie gleich gemacht sind für Substanz und Standard.

Eine wesentliche Bedingung für einen genauen Vergleich des zu untersuchenden Schattens mit einem Standards ist Gleichheit der Verdrängung des Strahlungsmittels (das ist im Falle des Bleiglasbeispiels das Glas) durch die gelöste Substanz und den Standard; ist doch die Menge der von einem in eine Substanz eingebetteten Absorber durchgelassenen Strahlung nicht nur durch den Absorber sondern auch durch den umgebenden Stoff bestimmt. Infolgedessen sollte die Gesamtfilterung längs des Strahlenganges durch den interessierenden Absorber gleich sein der durch die äquivalente Stufe des Vergleichsstandards durchgelassenen Strahlung.

Wenn der zu prüfende Stoff mit einem Standard von gleicher oder fast gleicher Ordnungszahl und spezifischem Gewicht verglichen wird, ist die Bedingung gleicher Verdrängung erfüllt. Denkt man sich an einen Absorber in Wasser, der mit einem Standard von höherer (bzw. kleinerer) Ordnungszahl verglichen werden soll, dann wird die korrespondierende Äquivalentdicke des Standards weniger (bzw. mehr) Strahlungsmittel verdrängen als der interessierende Absorber. In diesem Falle würde man die ESD des interessierenden Stoffes unterbewerten (bzw. überbewerten). Das wird in Abb. 1 gezeigt; in Teil 1 ist die Wasserverdrängung durch den Absorber a durch die dickste Stufe des Vergleichsstandards s selbe. Angenommen, diese Stufe absorbiert ebenso

et, dann wäre die aufgrund der Schwärzungs-
gleichheit gewonnene Äquivalenz in 1b zu hoch be-
rechnet, da hier der Standard von kleinerer Ordnungs-
zahl mehr Wasser verdrängen würde als der zu prü-
fende Absorber.

Die Gleichheit der Streustrahlung unter einem in be-
stimmter Höhe über der Strahlenaustrittsfläche einge-
strahlten Absorber und unter dem Standard kann er-
reicht werden, indem der Film auf einen Abstand von
etwa 20 cm vom Streukörper gebracht wird. Die
Streustrahlung wird durch dieses Verfahren nicht nur
vermindert, sondern auch unabhängig von der Geome-
trie, d.h. von der Lage des Absorbers im „Lösungs-
gel“. Abb. 2a zeigt das übliche Verfahren, wobei
der Film in Kontakt mit dem Streukörper ist; Abb. 2b
zeigt den Aufbau mit Einhaltung eines Abstandes.
Mit wachsendem Abstand wird der Raumwinkel, unter
dem der Absorber von einem Punkt des Filmes ge-
sehen wird, immer weniger von der Lage des Absorbers
vom Streukörper abhängen. Wenn auf diese Weise
die Abhängigkeit der Schwächung von der Geometrie
beseitigt wird, ist man zur Anwendung des Begriffes
„ESD“ (in mg/cm^2) berechtigt, denn dieser Begriff
setzt voraus, daß gleiche Absorberschichten eine
gleich starke Absorption (Schatten) verursachen, un-
abhängig vom Ort der speziellen Schichten im Strah-
lungsfeld.

4. Anwendung auf die Bestimmung von Knochenmineralien

B. E. KEANE und Verfasser [2] haben die disku-
tierten Vorstellungen angewandt auf die Bestimmung
des Mineralgehalts von Knochen aufgrund radio-
graphischer Aufnahmen und die Schwärzungen hinter
eine Stufe des menschlichen Unterarms und hinter einer
minimale Stufe, die sich direkt neben dem Glied
findet, verglichen. Das Glied und der Vergleichs-
standard sind in Wasser getaucht. Bei der radio-
graphischen Aufnahme eines Gliedes in Wasser ist der
vorgerufene Kontrast praktisch ausschließlich durch
die ESD von Kalziumphosphat, dem vorherrschenden
Mineral im Knochen, gegeben.

Obwohl ein Vergleich mit einem Kalziumphosphat-
standard wünschenswert wäre, haben die Verfasser hier Alu-
minium gewählt. Dessen Ordnungszahl und spezifi-
sches Gewicht kommen den Werten für Kalziumphos-
phat genügend nahe, um die Gesamtfilterung durch
die effektive Mineralschichtdicke und durch die
entsprechende Standardschichtdicke einander an-
gleichen.

Bei Verwendung eines gut ausgeblendeten Strah-
lensbündels und bei Einhaltung eines Abstandes zwi-
schen Film und Streukörper (s. oben) ergab sich unter
diesen, jedoch unkritischen radiographischen Be-
dingungen eine Äquivalenz von 1 mm Al und $130 \text{ mg}/\text{cm}^2$
Knochenmineral. Der Vergleich mit tabulierten Ab-
sorptionskoeffizienten [1] zeigt eine ähnliche Äqui-
valenz im Niederspannungsbereich. Die von den Verfassern
verwendete Methode und die Apparatur wird an an-
derer Stelle beschrieben werden. Die Mineralkonzent-
ration kann man aus der ESD mittels Division durch
die geometrische Schichtdicke finden, welche man
aus der zweiten, zur ersten rechtwinkligen radiographi-
schen Aufnahme des Knochens entnimmt.

Die interessanten Ergebnisse können hier nur kurz
angeführt werden. Die Mineralkonzentration in der

Handgelenke von Erwachsenen in der Nähe des Handgelenks,
d.h. innerhalb des gitterstrukturierten Knochens,
variiert stark (bis zu 1:2,5). Ein großer Teil dieser
Unterschiede ist offenbar eine Folge unterschiedlicher
beruflicher Beanspruchung. Bei Bus-Fahrern und
Feuerwehrmännern wurden Mineralkonzentrationen
bis zu $400 \text{ mg}/\text{cm}^3$ und mehr gefunden, auch bei Men-
schen in vorgerücktem Alter, während bei denjenigen,
die ihre Arme nicht trainieren, Werte bis $200 \text{ mg}/\text{cm}^3$
beobachtet wurden. Dort, wo der Knochen vorwiegend

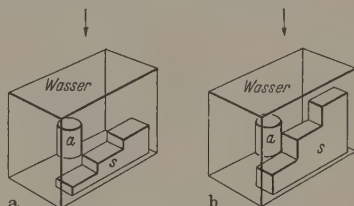


Abb. 1a u. b. a zeigt den Vergleich eines Absorbers a und eines Stufen-
keiles s . Die dritte Stufe habe die gleiche Absorption wie der Absorber.
Sie verdrängt die gleiche Wassermenge (richtiger Vergleich). b zeigt den
Vergleich mit Standard s von kleinerer Ordnungszahl. Die dritte Stufe,
die wieder gleiche Absorption bewirkt, verdrängt mehr Wasser als der
Absorber, so daß die effektive Schichtdicke des letzteren überschätzt wird

röhrenförmig ist, trifft man Werte von etwa $400 \text{ mg}/\text{cm}^3$
und mehr Mineralgehalt; sie schwanken viel weniger
als die in der Nähe des Handgelenks.

Eine überraschende Besonderheit der Ergebnisse
sind offenbar die unerwartet niedrigen Werte der
Mineralisierung (Knochenmineral pro cm^3) eines

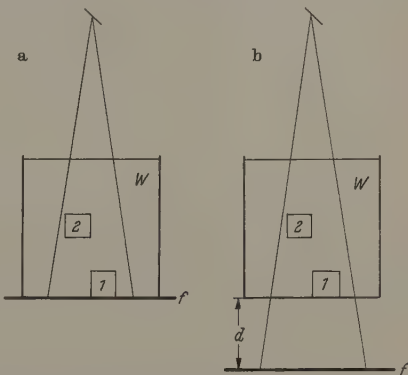


Abb. 2a u. b. Bei dem üblichen Verfahren, das in a dargestellt ist (Film f
oder beliebiger Detektor in Kontakt mit dem Streukörper w) werfen die
gleichen Absorber 1 und 2 verschiedene Schatten, das Schattenfeld unter 1
wird weniger aufgehellt als unter 2. Bei einem Abstand d zwischen Streu-
körper und Film (s. 2b) ist die wirksame Absorption für 1 und 2 gleich

Knochens. Der angegebene Bereich von $200 \text{ mg}/\text{cm}^3$
bis $400 \text{ mg}/\text{cm}^3$ in der Nähe des Handgelenks bedeutet
etwa 10 bis 20 (Gewichts-) Prozent Mineral; die
Volumenprozente betragen nur ein Drittel dieser Zah-
len. Betrachtet man die große Härte des Knochens
und seine Fähigkeit, mit den verschiedensten Be-
lastungen fertig zu werden, dann wundert man sich
über den geringen Mineralgehalt im Knochen, und
nur ein Hinweis auf die Knochenstruktur [3] dürfte
diesen offensichtlichen Widerspruch aufklären.

Zusammenfassung

Zur quantitativen Auswertung des Röntgen-
strahlen-Schattens wurde der Begriff „Flächenge-
wicht“ oder „effektive Schichtdicke“ eingeführt. Bei

gegebenen Wellenlänge und bei definierten Streuverhältnissen ist die Tiefe eines Schattens durch die effektive Schichtdicke (mg/cm^2) bestimmt. Es wurden Beispiele für die Abschätzung der kleinsten noch erkennbaren Stoffmenge in einer Mischung oder Lösung auf Grund von Absorptionskoeffizienten angeführt. Eine Methode zur Messung der effektiven Schichtdicke eines Absorbers wurde durch die Bestimmung des Mineralgehalts von Knochen veranschaulicht.

Literatur: [1] GRODSTEIN, G.W.: X-ray Attenuation Coefficients from 10 kev to 100 Mev. National Bureau of Standards Circular 583 (1957). — [2] KEANE, B.E., G. SPILLER and R. DAVIS: Brit. J. Radiol. (im Druck). — [3] KNOLL, K.-H.: Knochenstruktur als Verbundbau. Versuch einer technischen Deutung der Materialstruktur des Knochens. Stuttgart: Georg Thieme 1958.

Dr. G. SPIEGLER,

Physics Department, Institute of Cancer Research
Royal Cancer Hospital London, S.W. 3

Berichte

Physik und Anwendungen der Photoleitung

Von F. STÖCKMANN

Mit 15 Textabbildungen

(Eingegangen am 23. November 1958)

Seit bald 100 Jahren ist bekannt, daß der elektrische Widerstand von Selen bei Belichtung abnimmt. Das scheint die erste Beobachtung einer „Photoleitung“ zu sein, wie man diesen Effekt heute nennt. Die Phosphoreszenz, der photographische Prozeß in Silberhalogeniden und der Becquerel-Effekt, eine Art Sperrschicht-Photoeffekt, sind zwar schon früher gefunden worden, aber erst sehr viel später stellte sich heraus, daß ihnen ganz ähnliche physikalische Vorgänge zugrunde liegen wie der Photoleitung. Wegen der naheliegenden Anwendungen in der Photometrie folgten nach der Entdeckung der Photoleitung sehr bald zahlreiche weitere Untersuchungen am Se und auch an vielen anderen Stoffen, die man inzwischen als Photoleiter erkannt hatte. Es dauerte jedoch noch über 50 Jahre, bis die physikalischen Grundlagen in erster Linie von R.W. POHL und seinen Mitarbeitern aufgeklärt werden konnten. Die stürmische Entwicklung der Festkörperphysik während der letzten zwei Jahrzehnte hat dann auch unser Wissen über die Photoleitung nach allen Richtungen erweitert und vertieft und viele neue Anwendungsmöglichkeiten eröffnet. Der vorliegende Bericht versucht, die jetzigen Kenntnisse in großen Zügen zusammenzufassen. Er behandelt die physikalischen Grundlagen und die wichtigsten Anwendungen der Photoleitung, aber keine speziellen Eigenschaften der zahlreichen verschiedenen Photoleiter im einzelnen. Davon werden nur ausgewählte Beispiele gebracht, die zur Erläuterung der allgemeinen Zusammenhänge besonders aufschlußreich sind.

1. Physikalische Grundlagen der Photoleitung

a) Kinetische Modellvorstellungen

Bei der Elektrizitätsleitung in einem homogenen Festkörper gilt in der Regel das Ohmsche Gesetz für den Zusammenhang zwischen Strom I und Spannung U , bzw. in differentieller Form für den Zusammenhang zwischen Stromdichte i und Feldstärke \mathcal{E} . Darin ist die spezifische Leitfähigkeit σ das Produkt aus der Konzentration n der Ladungsträger, ihrer Ladung e und ihrer Beweglichkeit μ oder eine Summe

solcher Produkte, wenn mehrere Arten von Ladungsträgern am Strom beteiligt sind. Hat man Elektronen n und Defektelektroden p zu berücksichtigen, dann ist im Normalfall in einem Festkörper, so ist also

$$i = \sigma \mathcal{E} = (p e \mu_p + n e \mu_n) \mathcal{E}.$$

Wenn in einem Photoleiter bei Belichtung die Stromdichte um Δi zunimmt, so ist das die Folge der um Δp und Δn vergrößerten Trägerkonzentrationen:

$$\Delta i = (\Delta p e \mu_p + \Delta n e \mu_n) \mathcal{E}.$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß sich die Beweglichkeit und die Feldstärke nicht ändern. Die erste Annahme ist durch viele Messungen geprüft worden. Nur gelegentlich wurden geringfügige Änderungen gefunden, sie sind eine Folge der Umladung von Störstellen in Photoleiter bei der Belichtung, wodurch die Streuwahrscheinlichkeit für die Ladungsträger etwas verändert wird, diese Änderungen sind aber immer bedeutungslos neben denen von p und n . Die zweite Voraussetzung verlangt eine homogene Erregung des Photoleiters und eine homogene Verteilung der Ladungsträger auch bei Belichtung trotz ihrer Wanderung im elektrischen Feld. Diese letzte Bedingung ist bei hinreichend hohen Feldstärken nicht mehr erfüllt, dann ergeben sich Abweichungen vom Ohmschen Gesetz in Richtung auf eine Sättigung der Photostrome. Das wird weiter unten genauer diskutiert.

In vielen Arbeiten der letzten Jahre wurden die Gesetzmäßigkeiten untersucht, durch die die Konzentrationsänderungen Δp und Δn bestimmt werden. Die wesentlichen Ergebnisse können am besten an Hand des Energieschemas in Abb. 1 erläutert werden. Dargestellt sind zwei Energiebänder des Kristalls, nämlich das Valenzband und das Leitungsband, und im verbotenen Energiebereich die lokalisierten Energieniveaus von zwei verschiedenen Störstellen, der Aktivator A und der Haftstellen H . Dadurch wird die immer wieder gemachte Erfahrung berücksichtigt, daß die Photoleitung entscheidend von Störungen des idealen Kristallbaus abhängt und daß man auch in einfachen Fällen in der Regel schon mindestens zwei verschiedene Arten von Störstellen annehmen muß.

energieterme so liegen wie in Abb. 1. Alle Photoleiter sind nach ihrem Bindungstyp Isolatoren, sind praktisch alle Energieterme des Valenzbandes mit Elektronen besetzt, die des Leitungsbandes unbesetzt, d. h. die Fermi-Grenzenergie ζ liegt im verbotenen Energiebereich, meistens zwischen dem Aktivator- und dem Haftstellenterm, so daß auch die ersten durchweg mit Elektronen besetzt und die letzteren unbesetzt sind. Durch Absorption eines Lichtquants oder durch eine ionisierende Korpuskularstrahlung — auch dann spricht man von Photoleitung — werde ein Elektron aus dem Valenzband in das Leitungsband angehoben (Prozeß 1). Dann sind alle Folgereaktionen möglich. Das Elektron kann an die Haftstelle angelagert (2), dann wieder gemischt von ihr abgespalten werden (3) und mit einem im Valenzband entstandenen Defektelektron rekombinieren, entweder direkt (4) oder in zwei Schritten (5), (6), wobei der Aktivator als Rekombinationszentrum wirkt. Entsprechende Möglichkeiten bieten auch dem Defektelektron. Wie in der chemischen Reaktionskinetik kann man allgemeine Aussagen über die Häufigkeit ν jedes einzelnen Prozesses machen. Die Anregungshäufigkeit (1) ist proportional zur Bestrahlungsstärke B : $\nu_1 = \alpha B$; die Geschwindigkeit der bimolekularen Rekombination (2) ist proportional zum Produkt beider Konzentrationen: $\nu_2 = \beta n H$ (H = Konzentration der neutralen Haftstellen); die thermische Abspaltung (3) ist ein monomolekularer Prozeß, der eine Aktivierungsenergie ΔE erfordert: $\nu_3 = \gamma H \exp(-\Delta E/kT)$; und entsprechend für die anderen Prozesse. Gelegentlich können anscheinend in Reaktionen höherer Ordnung beteiligt sein, die Umkehrung der Stoßionisation, bei der eine Rekombination nur durch die Mitwirkung eines dritten Partners möglich ist, der die Energie- und Impulsbilanz wahr [12], [18]. Mit diesen Ansätzen kann man nun alle Konzentrationsänderungen ausdrücken, die die Konzentration freier Elektronen folgt z. B. auf diese Weise

$$\frac{dn}{dt} = \nu_1 - \nu_2 + \nu_3 - \nu_4 - \nu_5. \quad (3)$$

Entsprechende Gleichungen gelten für die Aktivatorn, die Haftstellen und die freien Defektelektronen im Valenzband. Für das Schema in Abb. 1 ergibt sich so ein System von vier gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen. Durch Lösen dieses Systems erhält man n und p als Funktion aller eingehenden Parameter, und daraus folgt der Strom mit Gl. (1) und (2). Erst jetzt ist ein Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen möglich.

Offensichtlich ist dieses Verfahren sehr mühsam, man kann vorher nie sicher weiß, ob das vorausgesetzte Modell richtig ist. Vielleicht muß man erst beweisen eine ganze Anzahl verschiedener Modelle durchrechnen, Abb. 1 beschreibt ja nur eines von vielen möglichen. Auch die Ergebnisse solcher Rechnungen sind nicht immer ganz befriedigend, weil so viele Proportionalitätsfaktoren eingehen, über die man selten Genaueres weiß (ihre Anzahl ist allerdings nicht so groß, wie es auf den ersten Blick scheint), denn außer bei den optisch angeregten Übergängen wird durch die thermodynamischen Gleichgewichtsbedingungen mit dem Koeffizienten für eine Reaktion auch der für die entsprechende Gegen-

reaktion festgelegt). Einerseits gibt es aber einfache Beispiele, bei denen man von vornherein manche Reaktionsmöglichkeiten in Abb. 1 ausschließen kann. Bei genügendem Abstand des Aktivatorterms vom Valenzband ist z. B. die thermische Abspaltung eines gebundenen Defektelektrons (Prozeß 7) bedeutungslos. Andererseits ist in manchen Fällen experimentell die Abhängigkeit des Photostroms von sehr vielen Parametern untersucht worden: von der Bestrahlungsstärke, der Temperatur, den Störstellenkonzentrationen, der Zeit, um nur die wichtigsten zu nennen, und alle Erfahrungen konnten durch die gleichen Koeffizienten quantitativ und widerspruchsfrei beschrieben werden. Es gilt darum als sicher, daß das Verfahren im Prinzip richtig ist. Man darf nur nicht übersehen, daß Abb. 1 ein Modellschema ist. Bei den meisten

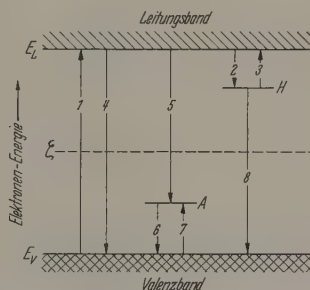


Abb. 1. Energieschema eines Photoleiters. Die Pfeile bezeichnen die verschiedenen Möglichkeiten für Elektronenübergänge. Wenn man einen Prozeß als Übergang eines Defektelektrons auffassen will, muß man sich die Pfeilrichtung umgekehrt denken. (6) bedeutet dann also die Anlagerung eines Defektelektrons aus dem Valenzband an den Aktivator. Die zu (5) und (8) gegenläufigen Prozesse sind nicht eingezeichnet. Sie erfordern eine große Aktivierungsenergie und werden darum thermisch kaum angeregt. Durch Licht passender Wellenlänge können sie aber optisch angeregt werden, wenn sie nicht zufällig durch Auswahlregeln verboten sind.

Photoleitern kann man zwar die wichtigsten Eigenschaften mit der Annahme je einer Art von Aktivatorn und Haftstellen einigermaßen gut erklären, jedoch mehren sich die Hinweise, daß eine genauere Deutung oft nur mit komplizierteren *Störstellenspektren* möglich ist. Es besteht wohl kaum Aussicht, auch solche Fälle noch mit den geschilderten kinetischen Methoden zu behandeln, darum gewinnen neuerdings auch statistische Überlegungen größere Bedeutung. Zuvor jedoch noch zwei Beispiele zum einfachen Schema in Abb. 1.

Abb. 2 zeigt für einen CdS-Kristall die Abhängigkeit des Photostroms von der Wellenlänge des erregenden Lichts bei konstanter Bestrahlungsstärke [15]. Parameter bei den verschiedenen Kurven ist der Feuchtigkeitsgehalt der umgebenden Atmosphäre. Mit zunehmender Feuchtigkeit nimmt demnach der Photostrom beträchtlich ab, und zwar am stärksten im Bereich der Eigenabsorption des CdS bei kurzen Wellenlängen. Daraus wird gefolgert: An der Oberfläche des CdS adsorbierte Feuchtigkeit bildet für die Elektronen Haftstellen mit großer Bindungsenergie, in denen sie leicht mit Defektelektronen rekombinieren können. Darum ist die stationäre Elektronenkonzentration und infolgedessen auch der Photostrom verkleinert. Da diese spezielle Art von Haftstellen nur an der Oberfläche vorhanden ist, beeinflussen sie auch nur den Anteil des Photostroms, der in der Nähe der Oberfläche fließt. Für stark absorbiertes Licht aus dem Bereich der Eigenabsorption ist das ein großer

Bruchteil des Gesamtstroms, für schwach absorbiertes Licht größerer Wellenlänge, das den ganzen Kristall durchsetzt, ist es dagegen nur ein kleiner Anteil.

Dieses Beispiel soll zweierlei zeigen. Zum einen beweist es besonders eindringlich, daß Photoströme entscheidend von Oberflächeneigenschaften abhängen können. Es kommt sogar vor, daß die Photoleitung ein reiner Oberflächeneffekt ist, anscheinend ist ZnO ein Beispiel dafür [23]. Zum andern erläutert dieses

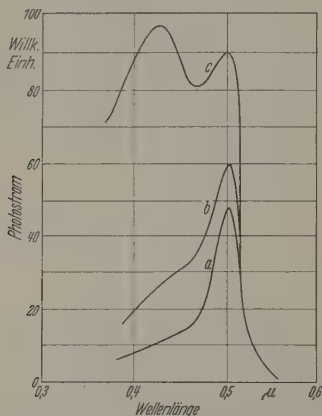


Abb. 2. Spektrale Verteilung der Photoleitung eines CdS-Kristalls bei Zimmertemperatur in Luft. a: 1 Atm, 100% Feuchtigkeit; b: 1 Atm, 50% Feuchtigkeit; c: bei 10^{-2} Torr

Beispiel, wie man zunächst durch qualitative Überlegungen aus den Experimenten Modellvorstellungen ableiten kann, die man als Grundlage für die geschilderten kinetischen Rechnungen benötigt. — Man

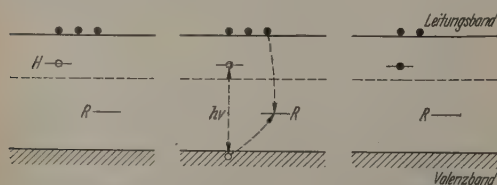


Abb. 3. Schematisches Modell zur Erklärung negativer Photoeffekte. Eine direkte Rekombination des Defektelektrons mit einem freien Elektron (Prozeß 4 in Abb. 1) ist im allgemeinen sehr unwahrscheinlich. Darum ist hier angenommen worden, daß sie mit Hilfe eines Rekombinationszentrums R erfolgt

könnte nach diesem Beispiel irrtümlich verallgemeinern, daß jedes Hinzufügen von Störstellen den Photostrom verkleinert, weil dadurch neue Rekombinationsmöglichkeiten geschaffen werden. Das trifft aber nicht zu, man kann im Gegenteil durch Einbau geeigneter Störstellen die Photoströme auch beträchtlich vergrößern. Dazu müssen durch diese Störstellen die vorhandenen schnellen Rekombinationsmöglichkeiten gesperrt werden. Das gelingt durch eine sehr schnelle und feste Bindung der Defektelektronen. Die endgültige Rekombination muß dann ein Übergang freier Elektronen in diese Störstellen sein. Wenn der Wirkungsquerschnitt dafür sehr klein ist, stellt sich im stationären Zustand eine größere Elektronenkonzentration ein als ohne diese Störstellen. Beide Bedingungen, die schnelle Bindung der Defektelektronen und die langsame der freien Elektronen, können z. B. durch Coulomb-Kräfte erfüllt werden, die Störstelle muß dann im Ausgangszustand zweifach negativ

geladen sein. Diese Empfindlichkeitssteigerung der geeigneten Störstellen wird gelegentlich als *Sensibilisierung* bezeichnet.

In manchen Photoleitern hat man bei bestimmten Versuchsbedingungen eine Widerstandszunahme bei Belichtung gefunden, also genau das Gegenteil einer normalen Photoleitung. Eine Möglichkeit, solch eine „negative Photoleitung“ zu erklären, ist in Abb. 3 skizziert [41]. Negative Effekte sind in der Regel nur durch Licht angeregt, das langwelliger ist als die Absorptionskante. Dementsprechend wird angenommen, daß durch die Anregung ein Elektron aus dem Valenzband in eine Haftstelle H angehoben wird. Dadurch entsteht ein freies Defektelektron im Valenzband. Dieses möge schneller mit einem der im Dunkeln vorhandenen freien Elektronen rekombinieren, als das in die Haftstelle gehende Elektron durch thermische Anregung in das Leitungsband gelangt. Dann ist die stationäre Elektronenkonzentration kleiner als im Dunkeln, der Widerstand also größer. Eine quantitative Bedingung dafür ergibt die Rechnung eines außergewöhnlich kleinen Wirkungsquerschnitts für die Kombination freier Elektronen mit der unbesetzten Haftstelle, der kaum anders als durch abstoßende Coulomb-Kräfte erklärt werden kann. Die unbesetzte Haftstelle müßte bereits eine effektive negative Ladung haben wie bei der Sensibilisierung im vorhergehenden Beispiel. Ob diese Schlussfolgerung wirklich zutrifft, das Modell in Abb. 3 also „richtig“ ist, können nur Experimente zeigen. Die wenigen bisherigen Beobachtungen an Photoleitern, bei denen die chemische Natur der Störstellen bekannt war, reichen für eine endgültige Entscheidung noch nicht aus. Jedenfalls stehen sie aber in keinem Widerspruch mit dem Modell.

b) Statistische Überlegungen [14], [33] bis [36]

In der Kette der Reaktionen von der Anregung zur Rekombination ist notwendig ein Prozeß die langsamste. Dieser bestimmt im wesentlichen den Geschwindigkeit des ganzen Verlaufs. Mit Ausnahme dieser geschwindigkeitsbestimmenden Reaktion finden sich in solch einem Fall alle anderen Reaktionen mit ihrer unmittelbaren Gegenreaktion auch bei Belichtung ungefähr im Gleichgewicht, und zwar umso besser, je langsamer die eine Reaktion im Vergleich zu den anderen ist. Es sei nun angenommen, daß ein Photoleiter eine beliebige Anzahl verschiedenartiger Störstellen enthalte an Stelle der nur zwei Arten in Abb. 1, für die aber diese allgemeinen Überlegungen natürlich auch gelten. Dann folgt nach dem vorigen, daß sich eine Gruppe dieser Störstellen auch bei Belichtung im elektronischen Besetzungsgleichgewicht mit den freien Elektronen des Leitungsbandes befindet und eine zweite Gruppe mit den Defektelektronen im Valenzband, während die geschwindigkeitsbestimmenden Rekombinationen über die restliche dritte Gruppe von Störstellen ablaufen. Für jedes der beiden im Gleichgewicht befindlichen Teilsysteme gelten die üblichen Gleichgewichtsbedingungen, man kann also auch je eine Fermi-Grenzenergie ζ_n für Elektronen und ζ_p für Defektelektronen durch die Gleichungen

$$n = N_L \cdot \exp [-(E_L - \zeta_n)/kT]$$

und

$$p = N_V \cdot \exp [-(\zeta_p - E_V)/kT]$$

(N_L, N_V = effektive Termdichte des Leitungs- und Valenzbands, E_L, E_V = Energie der Bandkanten

definieren. Die Einführung dieser Quasi-Fermienergien wird durch mindestens zwei Tatsachen gerechtfertigt. Sie beschreiben die elektronischen Besetzungsverhältnisse in den beiden Teilsystemen, in denen Gleichgewicht herrscht, eindeutig und vollständig, und bestimmen die Grenzen dieser Systeme zum dritten

die Haftstellen H solche Sensibilisatoren sind. Natürlich folgt das auch aus den kinetischen Ansätzen, aber erst nach einer mühsamen Rechnung.

Auch zahlreiche andere Beobachtungen an Photoleitern können in ähnlicher Weise verhältnismäßig anschaulich erklärt werden. Man hat jeweils zu überlegen, wie durch das Wandern der Quasi-Fermi-niveaus bei wachsender Bestrahlungsstärke die Gruppeneinteilung der fest vorgegebenen Störstellen verändert wird und welche Wirkungen auf den Photostrom daraus folgen. Man kann also lediglich durch verschiedene starke Anregung Störstellen genau so in die Rekombinationsprozesse einbeziehen oder auch ausschalten, als wenn man sie materiell in den Photoleiter einbringt oder aus ihm entfernt. Diese Tatsache wird gut durch die Bezeichnung *elektronische Dotierung* charakterisiert. Bei der Deutung von Experimenten muß man natürlich umgekehrt vorgehen, nämlich aus den Meßergebnissen die Verteilung der Störstellen im verbotenen Energiebereich ableiten. Dieses statistische Verfahren ist offensichtlich viel direkter als das kinetische, bei dem man erst am Ende umfangreicher Rechnungen beurteilen kann, ob das angenommene Modell die Messungen richtig beschreibt.

c) Die Lebensdauer der freien Ladungsträger

Mit den bisher besprochenen Methoden kann man den Photostrom als Funktion der Bestrahlungsstärke und aller sonstigen Parameter prinzipiell berechnen. Die weiteren Schlußfolgerungen werden aber übersichtlicher, wenn man die Abhängigkeiten von allen diesen Parametern in einer einzigen neuen Größe zusammenfaßt, der *Lebensdauer* τ der freien Ladungsträger, definiert durch die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \Delta p &= g_p \cdot \tau_p \\ \Delta n &= g_n \cdot \tau_n \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Δp und Δn bedeuten in Gl. (8) wie bisher die zusätzlichen Trägerkonzentrationen während der Anregung, g_p und g_n sind die Erzeugungsquoten freier Ladungsträger pro Volumen- und Zeiteinheit. Bei einer Anregung durch Band-Band-Übergänge (Prozeß I in Fig. 1) ist z. B. $g_p = g_n$ und gleich der Anzahl der pro Volumen- und Zeiteinheit absorbierten Lichtquanten, es besteht also ein direkter Zusammenhang mit der Bestrahlungsstärke. In der Regel sind Δp und Δn nicht proportional zur Bestrahlungsstärke. Darum sind τ_p und τ_n keine konstanten Kenngrößen des Photoleiters, — was nach ihrer Definition ja auch gar nicht zu erwarten war. Sie hängen vielmehr von seinem jeweiligen Zustand ab, also auch von Δp und Δn . Für einen gegebenen Zustand sind sie aber eindeutig bestimmte Größen; man kann sie mit Gl. (8) berechnen, wenn Δp und Δn aus kinetischen oder statistischen Rechnungen bekannt sind.

In einem Photoleiter ohne Störstellen, der also nur freie Ladungen enthalten könnte, wäre $\Delta p = \Delta n$ und $g_p = g_n$, folglich auch $\tau_p = \tau_n$. In einem Photoleiter mit Störstellen sind dagegen Δp und Δn in der Regel verschieden, dann ist $\tau_p \neq \tau_n$; meistens ist sogar $\Delta p \ll \Delta n$ (oder umgekehrt) und entsprechend $\tau_p \ll \tau_n$ (bzw. $\tau_p \gg \tau_n$). Man könnte meinen, in solchen Fällen sei die größere der beiden Lebensdauern, z. B. τ_n , identisch mit der Zeit τ_0 , die den zeitlichen Verlauf der Photoströme charakterisiert und die man z. B. aus

ihrem Abfall nach Aufhören der Erregung maß könnte gemäß

$$di/dt = -\Delta i/\tau_0.$$

Diese Annahme $\tau_n = \tau_0$ berücksichtigt jedoch nicht, daß sich eine Gruppe von Störstellen im elektronischen Gleichgewicht mit freien Elektronen befindet. Verlust freier Elektronen durch Rekombination darum zunächst weitgehend kompensiert durch Ersatz aus diesen Haftstellen, und dadurch wird Abfall des Photostroms verlangsamt. τ_0 ist als gleichen Verhältnis größer als τ_n , wie die Gesamtkonzentration der angeregten Elektronen größer ist als die Konzentration der freien [33]:

$$\tau_0/\tau_n = (\Delta H^- + \Delta n)/\Delta n.$$

Aus dem zeitlichen Verlauf des Photostroms kann also nicht ohne weiteres auf die Lebensdauer freier Elektronen schließen.

d) Sättigung der Photoströme bei hohen Feldstärken

Die durch Gl. (8) definierten Lebensdauern sind nunmehr als bekannt vorausgesetzt. Mit ihrer Hilfe kann man Gl. (2) in eine neue sehr aufschlußreiche Form bringen. Aus

$$\Delta i = g e (\mu_p \tau_p + \mu_n \tau_n) \mathcal{E}$$

(der Einfachheit halber ist $g_p = g_n = g$ angenommen)

folgt [19], [25], [31] für den gesamten Photostrom

$$\begin{aligned} \Delta I &= \Delta i F \\ \Delta I &= \dot{N} e \cdot (x_p + x_n)/d \\ &= \dot{N} e \cdot \left(\frac{\tau_p}{T_p} + \frac{\tau_n}{T_n} \right) \end{aligned}$$

mit F = Querschnitt der Strombahn,

d = Elektrodenabstand,

$\dot{N} = g \cdot F d$ = Gesamtzahl der Anregungsprozesse
Zeiteinheit,

$$\left. \begin{aligned} x_p &= \mu_p \tau_p \mathcal{E}, & x_n &= \mu_n \tau_n \mathcal{E}, \\ T_p &= d/\mu_p \mathcal{E}, & T_n &= d/\mu_n \mathcal{E}. \end{aligned} \right\}$$

x_p und x_n sind also die Strecken, die die freien Ladungsträger während ihrer Lebensdauer in der Feldrichtung zurücklegen, T_p und T_n die Zeiten, die benötigen, um den ganzen Elektrodenabstand durchlaufen.

Bei kleinen Feldstärken ist $x \ll d$ und $\tau \ll T$. Dann drücken Gl. (11)/(12) nur den Inhalt von Gl. (2) in anderer Weise aus. Sie zeigen jedoch unmittelbar auch die Gültigkeitsgrenze. „Offenbar“ wächst Photostrom nicht weiter an, wenn bei zunehmender Feldstärke $(x_p + x_n) \approx d$ geworden ist. Dann erhält man also Sättigungsströme. Ihre Größe entspricht einer Elementarladung pro Anregungsprozeß, und zur Sättigung erforderliche Feldstärke entnimmt man aus Gl. (13) mit $(x_p + x_n) = d$: Solche Sättigungsströme sind seit langem bekannt, und ihre Deutung nach Gl. (11) war der erste entscheidende Schritt zum Verständnis der Photoleitung überhaupt [20].

Diese Sättigungsströme sind aber nur in Isolatoren gefunden worden. In Stoffen mit größerer Leitfähigkeit können die Photoströme um viele Zehnerpotenzen größer sein, es sind *Verstärkungsfaktoren*

$$f = \Delta I / \dot{N} e \quad (1)$$

von der Größenordnung 10^7 gemessen worden. Um sie zu verstehen, geht man am einfachsten von Gl. (13)

[30]. In einem Isolator ist der durch Absorption der Lichtquants erzeugte Zustand zweifellos bestimmt, wenn das Elektron und das Defektelektron an Elektroden erreicht haben. Die Lebensdauern τ sind hier also identisch mit der Zeit, während der die primär durch die Anregung erzeugten freien Ladungsträger im Photoleiter aufhalten. Das gilt nicht für einen Stoff mit größerer Leitfähigkeit, in dem die beiden primären Ladungsträger nach entgegengesetzten Richtungen abwandern, würden nämlich Raumladungen entstehen, aber diese werden bei ausreichender Leitfähigkeit schnell durch andere sekundäre Ladungsträger ersetzt, die aus den Elektroden fließen, sobald an der entgegengesetzten Elektrode Ladungsträger den Photoleiter verläßt. Darum ersetzt die Lebensdauer eines zusätzlichen Trägerpaars, das durch die Anregung geschaffen worden ist, nicht mehr mit der Aufenthaltsdauer der primären Träger identisch, und sie wird nicht dadurch bestimmt, daß die primären Träger den Photoleiter verlassen. Das Verhältnis τ/T in Gl. (12) kann also größer als 1 werden. Der Raumladungsausgleich bei ausreichend großer Leitfähigkeit ist somit die Ursache für die Verstärkung der Photoströme. Eine beliebige Verstärkung kann man allerdings nicht erreichen. Nach unseren jetzigen Kenntnissen werden hinreichend großen Feldstärken immer Mechanismen wirksam, die den Photostrom begrenzen.

Zwei Sonderfälle sind einfach in ihren Konsequenzen zu übersehen, solange man den Einfluß von Feldstärken nicht berücksichtigt [40]. In einem Photoleiter seien freie Elektronen und Defektelektronen vorhanden, aber die eine Art, die Majoritätsträger, in der überwiegenden Konzentration. Es sei z. B. ein Halbleiter vorausgesetzt, der im unbelichteten Zustand eine verschwindend kleine Konzentration von Minoritätsträgern, nämlich Defektelektronen enthält. Nach einer kurzzeitigen Belichtung werde die Konzentration beider Ladungsträger an irgendeiner Stelle vergrößert. Dann bewegen sich die Defektelektronen in dem angelegten Feld unbehindert durch Raumladungen zur Kathode hin, weil sie ständig durch den entsprechenden Überschuß von Elektronen neu kompensiert werden können, die von der Kathode kommandiert in entgegengesetzter Richtung durch den Photostrom wandern. Dagegen werden die Trägerdichten durch die Wanderung der Elektronen zur Anode hin nicht beeinflußt, denn eine vergrößerte Elektronenkonzentration auf der Anodenseite kann durch die freien Defektelektronen nicht neutralisiert werden. Ganz anders wandert also das Gebiet, in dem die Konzentrationen beider Trägersorten vergrößert sind, mit der Beweglichkeit der Defektelektronen, d. h. der Minoritätsträger, zur Kathode. Bei hohen Feldstärken, während der Wanderung keine nennenswerten Rekombinationsverluste mehr eintreten, wird also in dem Fall die Lebensdauer des angeregten Zustands durch beendet, daß das Gebiet erhöhter Konzentration an der Kathode aus dem Photoleiter auswandert. Dann wird der Photostrom gesättigt, und Gl. (12) ergibt sich, weil hier $\tau_p = \tau_n = T_p$ ist,

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{max}} &= \frac{\Delta I_{\text{sätt}}}{N_e} = \lim_{\mathcal{E} \rightarrow \infty} \left(\frac{\tau_p}{T_p} + \frac{\tau_n}{T_n} \right) = 1 + \frac{T_p}{T_n} \\ &= \frac{\mu_p + \mu_n}{\mu_p} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Dieser Fall entspricht exakt der Stromverstärkung in Transistor-ähnlichen Anordnungen, denn die optische Anregung ist ja nur eine spezielle Art der Injektion von Minoritätsträgern, die allen solchen Anordnungen zugrunde liegt. Gesättigte Photoströme von diesem Typus sind in Ge gemessen worden. In der Regel ist f_{max} hier nicht sehr viel größer als 1, größere Werte könnten bei Annäherung an die Eigenleitung erzielt werden. Das Gebiet erhöhter Trägerkonzentration wandert dann nicht mit der Beweglichkeit der Minoritätsträger, sondern mit der Driftbeweglichkeit

$$\mu^* = \mu_p \mu_n (n - p) / (\mu_p p + \mu_n n), \quad (15)$$

und für den Verstärkungsfaktor gilt statt Gl. (14) allgemeiner

$$f_{\text{max}} = (\mu_p + \mu_n) / \mu^*. \quad (16)$$

Für diese Überlegungen ist es nur wichtig, daß in dem Photoleiter mehr als eine Art beweglicher Ladungsträger vorhanden ist, es brauchen aber nicht beides elektronische zu

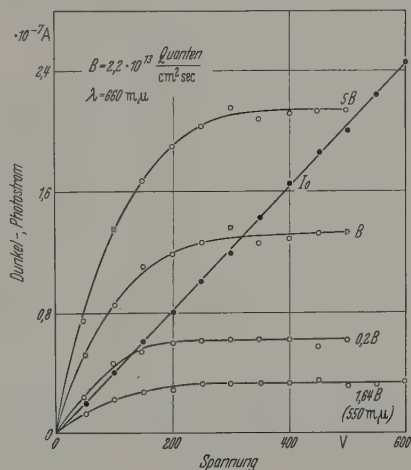


Abb. 5. Gesättigte Photoströme in einer Se-Schicht (Elektrodenabstand 0,2 mm, Schichtdicke 0,32 μ , Breite der Schicht 1,15 cm). Für den Dunkelstrom I_0 gilt das Ohmsche Gesetz. Der Photostrom ΔI (= Strom bei Belichtung—Dunkelstrom) wird dagegen bei Feldstärken von etwa 10^4 V/cm gesättigt

sein. Darum verhalten sich die Photoströme in Ionen- und Mischleitern im Prinzip ganz entsprechend. σ_{ion} sei die spezifische Ionen-, σ_{el} die Elektronenleitfähigkeit solch eines Stoffes. Wenn die Beweglichkeit μ_i der Ionen hinreichend klein ist ($\mu_i / \mu_n \ll \sigma_{\text{ion}} / \sigma_{\text{el}}$), gilt hier statt Gl. (16) für den maximalen Verstärkungsfaktor die sehr ähnliche Beziehung $f_{\text{max}} = (\sigma_{\text{ion}} + \sigma_{\text{el}}) / \sigma_{\text{ion}}$. Sie wurde durch Messungen an KBr-KH-Mischkristallen gefunden, in denen man das Verhältnis $\sigma_{\text{ion}} / \sigma_{\text{el}}$ in weiten Grenzen willkürlich einstellen kann, und ist auch historisch von Bedeutung, weil hier zum erstenmal klar ausgesprochen wurde, daß eine Verstärkung von Photoströmen nur in Photoleitern mit ausreichend großer elektronischer Leitfähigkeit möglich ist [24].

Im anderen Sonderfall werden die Minoritätsträger als unbeweglich angenommen. Diese Bedingung ist in Photoleitern mit großem Bandabstand meistens erfüllt, denn dort werden die freien Minoritätsträger, die an sich beweglich sind, sehr schnell an Störstellen gebunden, in denen sie mit Majoritätsträgern rekombinieren, ohne vorher wieder frei zu werden. Dann ist nach Gl. (15) die Driftbeweglichkeit $\mu^* = 0$, und folglich wäre nach Gl. (16) der Verstärkungsfaktor $f_{\text{max}} = \infty$. Tatsächlich werden die Photoströme aber auch hier begrenzt, nämlich durch Raumladungen.

Ihre Neutralisierung bei ausreichender Leitfähigkeit erwies sich oben als die Ursache für die Verstärkung. Dieser Ladungsausgleich erfordert aber eine endliche Zeit, die dielektrische Relaxationszeit $\tau_R = \epsilon \epsilon_0 / \sigma$. Der Verstärkungsmechanismus ist darum nur wirksam, wenn die Laufzeit T der freien Träger größer als τ_R ist. Als oberer Grenzwert von f ergibt sich demnach hier

$$f_{\max} = \tau / \tau_R. \quad (17)$$

Alle Photoleiter mit sehr großen Verstärkungsfaktoren gehören vermutlich in diese Gruppe, bei der praktisch nur eine Art von Ladungsträgern beweglich ist. Jedoch ist bislang in keinem Fall mit Sicherheit entschieden, ob die Sättigungsströme, die man auch bei diesen Photoleitern mehrfach beobachtet hat (Abb. 5) [32], durch Gl. (17) beschrieben werden können.

Nach den im folgenden Absatz skizzierten allgemeinen Überlegungen ist bei Eigenleitern mit $p=n$ noch ein weiterer Sättigungsmechanismus zu erwarten. Auch dann ist $\mu^* = 0$ und folglich wäre wieder bei Gültigkeit von Gl. (16) $f_{\max} = \infty$. Die Rechnung ergibt statt dessen $f_{\max} = 1/\tau \tau_R$, jedoch sind auch hierzu bis jetzt keine Beispiele bekannt.

Die Relaxationszeit τ_R ist die gewöhnliche RC -Zeit des Photoleiters, wenn man ihn gleichzeitig als Widerstand und Kondensator auffaßt. Sein Querschnitt senkrecht zur Strombahn sei F und der Elektrodtenabstand d . Dann ist nämlich seine Kapazität $C = \epsilon \epsilon_0 F/d$ und sein Widerstand $R = F/\sigma d$, also ist $RC = \epsilon \epsilon_0 / \sigma = \tau_R$.

Diese Relaxationszeit bestimmt nicht nur den maximalen Verstärkungsfaktor, sie liefert auch das Kriterium, ob ein Photoleiter im Hinblick auf die Sättigungsströme als Isolator oder als Leiter zu gelten hat. Er verhält sich wie ein Isolator, wenn $\tau \ll \tau_R$, und wie ein Leiter, wenn $\tau \gg \tau_R$ ist.

e) Allgemeine mathematische Behandlung nichtohmscher Photoströme [42], [43]

Die Erklärung der Sättigungsströme mit Hilfe von Gl. (12)/(13) mag etwas bedenklich erscheinen, denn in der Ausgangsgleichung (2) wurde ausdrücklich eine homogene Verteilung der Ladungsträger vorausgesetzt. Diese Voraussetzung ist aber im Sättigungsgebiet sicher nicht erfüllt, denn die Photoströme werden ja gerade dann gesättigt, wenn die zusätzlichen Ladungsträger durch das elektrische Feld verlustlos aus dem Photoleiter herausgezogen werden. Tatsächlich sind die Schlußfolgerungen trotzdem richtig, sie ergeben sich auch zwangsläufig aus den allgemeinen Grundgleichungen der Elektrizitätsleitung in Festkörpern.

Wenn bei hohen Feldstärken die durch Belichtung erzeugten Ladungsträger ungleichmäßig im Photoleiter verteilt sind, muß Gl. (2) aus zwei Gründen abgeändert werden: die Konzentrationsunterschiede der freien Ladungsträger haben einen direkten Einfluß auf den Strom, weil sie Diffusionsströme hervorrufen, und einen indirekten, weil sie die elektrische Feldstärke verändern. Darum gilt statt Gl. (2)

$$\begin{aligned} \Delta i &= \Delta p e \mu_p \mathcal{E} - e D_p \partial p / \partial x + p e \mu_p \Delta \mathcal{E} + \\ &+ \Delta p e \mu_p \mathcal{E} + A n e \mu_n \mathcal{E} + e D_n \partial n / \partial x + \\ &+ n e \mu_n \Delta \mathcal{E} + A n e \mu_n \Delta \mathcal{E} \end{aligned} \quad (18)$$

$$= \text{Teilchenstrom} + \text{Feldstrom} + \text{gemischte Glieder.}$$

In dieser Form erkennt man noch einmal sehr deutlich, daß eine hinreichend große Leitfähigkeit die Ursache für die oben besprochene Verstärkung der Photoströme ist. Man kann den Photostrom in Gl. (18) als Summe zweier Anteile auffassen, die von den Konzentrationsänderungen und den Feldänderungen herrühren. Ein Isolator ist nur der erste Anteil vorhanden, der Teilchenstrom, von dem in den vorhergehenden Abschnitten allein die Rede war und zu dem man allgemein auch die Diffusionsströme hinzurechnen muß. Der zweite Anteil, der zu $\Delta \mathcal{E}$ proportional ist, ist die Ursache für die Verstärkung. Er ist proportional zur Leitfähigkeit und kann dann bei hinreichend hoher Leitfähigkeit beträchtlich größer sein als der Teilchenstrom.

Für eine allgemeine mathematische Behandlung zerlegt man den Photostrom besser in einer zweifach Weise, die schon durch Gl. (2) und auch durch Gl. (18) nahegelegt wird, nämlich in den Strom der Defektronen und der Elektronen. Beide Ströme sind ortsbabhängig, in differentieller Form wird die Abhängigkeit durch die Kontinuitätsgleichungen beschrieben. Außerdem gilt die Poissonsche Gleichung für den Zusammenhang zwischen der Raumladungsdichte ρ und der Divergenz der elektrischen Feldstärke. Man gelangt so zu dem Gleichungssystem

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} i_p &= -e \cdot \partial p / \partial t \\ \operatorname{div} i_n &= +e \cdot \partial n / \partial t \\ \operatorname{div} \mathcal{E} &= \rho / \epsilon \epsilon_0. \end{aligned} \right\}$$

Um dieses System auf einen speziellen Fall anwenden zu können, braucht man bestimmte Modellvorstellungen über den Mechanismus der elektronischen Prozesse. Dann erhält man wie in Gl. (3) konkrete Ausdrücke für $\partial p / \partial t$, $\partial n / \partial t$ und die Konzentration der geladenen Störstellen, die die Raumladungsdichte mitbestimmen. Auf diese Weise wird Gl. (19) ein vollständiges und eindeutiges Gleichungssystem.

Es würde hier viel zu weit führen, seine Lösung auch nur für ein einfaches Modell allgemein zu diskutieren. Vielmehr muß die Feststellung genügen, daß sich daraus unter anderem die verschiedenen Mechanismen für die Sättigung von Photoströmen zwangsläufig ergeben, die im vorhergehenden Abschnitt mehr qualitativ begründet wurden.

Man erkennt jedoch ohne jede Rechnung eine weitere sehr wichtige Konsequenz. Die Lösungen von Gl. (19) hängen von den Randbedingungen und das sind physikalisch die Kontakteigenschaften. In der Tat weiß man seit langem, daß die Art der Kontakte vor allem bei hohen Feldstärken einen entscheidenden Einfluß auf die Photoströme hat. Wie Halbleitern muß man auch bei Photoleitern zwischen sperrenden und nachliefernden Kontakten unterscheiden. Für die Photoströme findet man durch ähnliche Strom-Spannungs-Abhängigkeiten wie die Dunkelströme bei Halbleitern mit den entsprechenden Kontakten (Abb. 6) [11]. Eine qualitative Erklärung dafür folgt bereits aus den statistischen Überlegungen. Dort ergab sich, daß ein Photoleiter mit dem Bandabstand ΔE und den Quasi-Fermi-Energien ζ_n und ζ_p in mancher Hinsicht einem Halbleiter mit einem um $(\zeta_n - \zeta_p)$ kleineren Bandabstand gleichwertig ist.

In einzelnen sind die hiermit angeschnittenen
man erst wenig untersucht worden. Man kann
auch noch nicht allgemein beurteilen, wo die
Effizienzgrenzen für diese Ansätze liegen. Nur
experimentelle Erfahrungen seien genannt, die
C (19) nicht berücksichtigt sind. Bei hohen Feld-
stärken sind die Beweglichkeiten nicht mehr kon-
stant und die Konzentration der freien Ladungsträger
ist unter sonst gleichen Bedingungen mit wach-
sender Feldstärke als Folge verschiedener, erst
teil bekannter Mechanismen, die schließlich zum
elektrischen Durchschlag führen. Es bedarf noch zahl-
reicher Arbeiten, um das Verhalten von Photoleitern
unter solchen Bedingungen allgemeiner zu ver-
stehen.

2. Anwendungen der Photoleitung

a) Photowiderstände

Unter den Anwendungen der Photoleitung ist die
Photometrie wohl auch heute noch die wichtigste,
die nicht nur an die Lichtmessung im engeren Sinn
denken ist, sondern auch an die vielfältigen An-
wendungen für Steuerungen und Regelungen, die
durch Licht ausgelöst werden. Von den Vakuum-
photozellen und den gasgefüllten sowie von den Photo-
elementen unterscheidet sich ein Photoleiter infolge
der oben besprochenen Verstärkung durch eine we-
sentlich größere Ausbeute. Einer Quantenausbeute 1,
d. h. einer Elementarladung pro absorbiertes Licht-
quantum gemessen wird, entspricht im sichtbaren Spek-
trum ein Bereich eine Stromausbeute von der Größenord-
nung 10^{-3} Amp/Lumen, die bei Photoelementen fast
nicht erreicht wird. Bei Photozellen erhält man nur einige
Amp/Lumen, mit Photoleitern dagegen bis zu
1000 Amp/Lumen. Allerdings muß man dafür in Kauf
nehmen, daß der Zusammenhang zwischen Be-
leuchtungsstärke und Photostrom in der Regel nicht
linear ist.

Der „klassische“ Photoleiter Se ist als Photo-
element inzwischen fast ganz durch empfindlichere
Materialien verdrängt worden, durch Ti_2S (in der Thalofidzelle),
und vor allem CdS, das man durch Zusätze
von Fremdmetallen Störstellen bis für den nahen ultraroten
Strahlungsbereich sensibilisieren kann. Für eigentliche
Photometrie-Messungen ist die Bleisulfid-Gruppe am wich-
tigsten: PbS, PbSe und PbTe, unter diesen reicht die
Empfindlichkeit des PbSe bis zu den längsten Wellen-
längen. Ein mit flüssiger Luft gekühlter PbSe-Widerstand hat
ein Empfindlichkeitsmaximum bei $6\ \mu$, und er ist bis
zu etwa $9\ \mu$ als Strahlungsempfänger brauchbar. Von
einem Widerstand werden bereits 11% der
Strahlungsleistung eines schwarzen Strahlers mit einer
Temperatur von nur 50°C zur Anregung der Photo-
leitung ausgenutzt. Eine prinzipielle obere Grenz-
wellenlänge ist bis jetzt nicht bekannt. An Si mit
Zusätzen von Elementen aus der dritten Gruppe des
periodischen Systems ist eine Photoleitung selbst
bei $38\ \mu$ nachgewiesen worden, allerdings nur bei
einem Photoleiters mit flüssigem Helium, um
sonst zu stark überwiegenden Dunkelstrom herab-
zusetzen.

Außer der spektralen Empfindlichkeitsverteilung
sind vor allem noch zwei prinzipielle Fragen, die
den Wert eines jeden Strahlungsempfängers bestim-
men: nämlich wie weit er zeitlich veränderliche Signale

unverfälscht überträgt und bei welcher eingestrah-
lten Leistung seine Nachweisgrenze liegt. Die Antwort auf
die erste Frage folgt aus der Frequenzabhängigkeit
des Photostroms bei sinusförmiger Anregung. In der
Regel gilt dafür näherungsweise die für einen Relaxa-
tionsprozeß charakteristische Beziehung

$$\Delta I(\omega) = \Delta I_0 / \sqrt{1 + \omega^2 \tau_0^2}$$

Hierin ist τ_0 die durch Gl. (9) definierte Zeitkonstante
des Photostroms, die aber, wie bereits erwähnt, von
den Anregungsbedingungen abhängt, insbesondere der
Bestrahlungsstärke. Die obere Frequenzgrenze, bis
zu der der Photoleiter als Strahlungsempfänger brauch-
bar ist, liegt also ungefähr bei $1/\tau_0$, darum ist eine
möglichst kleine Zeitkonstante erwünscht. Bei der

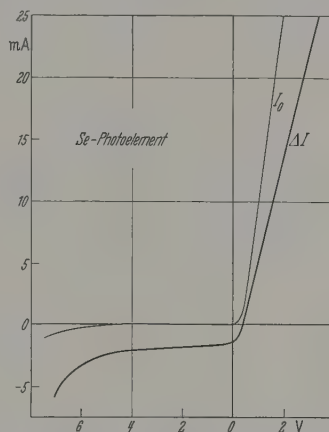


Fig. 6. Die Strom-Spannungs-Kennlinien eines Se-Photoelements zeigen den Einfluß der Kontakte auf den Photostrom besonders deutlich. I_0 ist der Dunkelstrom, ΔI der Photostrom (= Strom bei Belichtung—Dunkelstrom). In der Sperr-Richtung wird der Photostrom gesättigt, und zwar wie bei Isolatoren mit einer Quantenausbeute 1. In der Durchlaßrichtung wird er dagegen beträchtlich größer und wächst zunächst linear mit der Spannung. Bei hinreichend hohen Spannungen erwartet man aber auch hier eine Sättigung, jedoch nach dem gleichen Mechanismus wie in Fig. 5

PbS-Gruppe und beim CdSe sind etwa $10\ \mu\text{sec}$ er-
reicht worden. Andererseits nimmt aber der Photo-
strom nach Gl. (12), bzw. der Verstärkungsfaktor f
nach Gl. (13a) proportional mit τ_0 ab. Als Gütemaß
für einen Photoleiter, das sowohl die Größe der Photo-
ströme als auch ihre Frequenzabhängigkeit berück-
sichtigt, bürgert sich darum neuerdings das Produkt
 $f \cdot 1/\tau_0$ ein. Es entspricht genau dem bei der Beur-
teilung von Verstärkern üblichen Ausdruck (Lei-
stungsverstärkung) $^{1/2}$ · Bandbreite. Bei einem Ver-
stärker bleibt dieses Produkt konstant, wenn man
lediglich durch Veränderung der Dämpfung beide
Faktoren gegenläufig verändert, ebenso auch bei
einem Photoleiter, wenn man durch verschiedene
Dotierung — ohne sonst wesentliches am Leitungs-
mechanismus zu verändern — die Zeitkonstante ver-
größert oder verkleinert.

Die Messung kleiner Strahlungsleistungen wird
bei allen Strahlungsempfängern, so auch bei Photo-
leitern, durch statistische Schwankungen nach unten
begrenzt [5]. Alle Anregungs-, Rekombinations- und
Stoßprozesse gehorchen statistischen Gesetzen, darum
schwanken die Trägerkonzentrationen und -geschwin-
digkeiten und mit ihnen der Photostrom. Die mittlere
zusätzliche Trägerkonzentration ist nach Gl. (8) pro-
portional zur Lebensdauer τ , die mittlere Schwankung

darum nach allgemeinen statistischen Gesetzen proportional zu $\sqrt{\tau}$. Unter sonst gleichen Bedingungen, hier speziell bei gleichem Besetzungsgrad der Haftstellen, sind aber auch τ und τ_0 nach Gl. (10) proportional zueinander. Folglich wächst das Signal: Rausch-Verhältnis bei Photoströmen proportional mit $\sqrt{\tau_0}$. Ein Photoleiter ist also um so besser zum Nachweis kleinster Strahlungsleistungen geeignet, je größer seine Zeitkonstante ist. Diese Forderung ist genau das Gegenteil zu der im vorhergehenden Absatz; auch ein Photoleiter muß darum seinem Verwendungszweck angepaßt sein. — Eine große Zeitkonstante ergibt nach Gl. (17) auch besonders große Photoströme, wenn der Bandabstand ausreicht, um die Minoritätsträger fest zu binden. Leider ist diese Bedingung bei ultrarotempfindlichen Photoleitern in der Regel nicht erfüllt. Dann gilt Gl. (16), und tatsächlich entsprechen die gemessenen Photoströme z.B. in PbS auch nur einer Quantenausbeute von der Größenordnung 1.

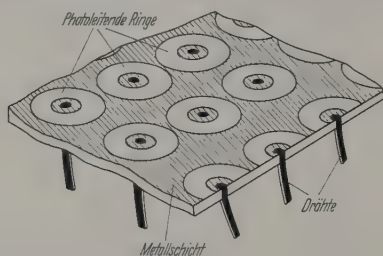


Abb. 7. Vorschlag für einen Vielschalter mit einem Photoleiter als Schaltelement

Der Bandabstand des Photoleiters ist ein weiterer Parameter, von dem die Nachweisgrenze für kleinste Strahlungsleistungen entscheidend abhängt, denn die statistisch schwankenden Anregungsprozesse nehmen bei wachsendem Bandabstand gemäß einem Boltzmann-Faktor ab. Auch unter diesem Gesichtspunkt ist es darum richtig, für jeden Anwendungszweck den Photoleiter mit dem größten Bandabstand zu wählen, dessen langwellige Grenze also bei so kurzen Wellen liegt, wie es mit dem Anwendungszweck noch zu vereinbaren ist. Für einen Photoleiter, der nur im sichtbaren Spektralbereich empfindlich ist, liegt die theoretische Nachweisgrenze unter 10^{-18} Watt, für die PbS-Gruppe in der Größenordnung von 10^{-12} Watt. Dieser Wert ist in Einzelfällen annähernd erreicht worden, er entspricht ungefähr der Leistung, die eine Hefner-Kerze in 10 km Entfernung zum Photoleiter sendet. — Ähnlich liegen die Verhältnisse bei einer Anregung mit Korpusskalarstrahlen. Wenn ionisierende Teilchen mit einer Energie von einigen 100 keV auf den Photoleiter treffen, kann man die dadurch ausgelösten Stromimpulse einzeln messen. Solche Kristallzähler haben sich allerdings neben den fast gleichzeitig aufgekommenen Szintillationszählern nicht durchsetzen können.

Im Vergleich mit anderen Strahlungsempfängern erweisen sich Photoleiter vor allem für Ultrarotmessungen beträchtlich überlegen. Bei vielen Anwendungen im sichtbaren Spektralbereich sind sie zwar bequemer als Photozellen, photographische Verfahren und dergleichen, aber diesen doch etwa gleichwertig, was die Leistungsgrenzen angeht. Für das ultrarote Gebiet gibt es dagegen außer den Photo-

leitern nur noch thermische Empfänger, diese sind um Größenordnungen unempfindlicher und träger.

Neuerdings werden mancherlei Möglichkeiten ausgetüftelt, Photowiderstände auch noch für andere Zwecke als nur in der Photometrie anzuwenden. Man könnte z.B. einen Photowiderstand als Schalter benutzen, wenn der Photostrom größer ist als der Stromverbrauch der erregenden Lichtquelle. Diese Bedingung kann von elektrolumineszierenden Leuchtstoffen erfüllt werden, Phosphoren, die durch hinreichend starke elektrische Wechselfelder zum Leuchten geregt werden. Tatsächlich ist mit solchen Kombinationen bereits eine 70000fache Leistungsverstärkung in einer Stufe erreicht worden [21]. Bei diesem Verstärkungsfaktor können der Eingangs- und der Ausgangsstrom elektrisch vollkommen voneinander getrennt sein. Besonders interessant ist die in manchen Fällen von Vorteil mag. — Da der Widerstand eines Photoleiters bei mäßiger Belichtung um Größenordnungen kleiner sein kann als im Dunkeln, könnten Photowiderstände auch als Schalter benutzt werden, natürlich nicht in der Starkstromtechnik, aber doch vielleicht für manche Zwecke in der Fernmeldetechnik und speziell in „logischen Netzwerken“ moderner Rechenautomaten. Durch die Anwendung von Photoleitern bieten sich hier vielleicht Möglichkeiten, die bisher auf andere Weise verwirklicht werden können. Ein Beispiel ist der in Abb. 7 schematisch dargestellte Vielschalter [13]. Er besteht aus einer isolierten Platte mit einer regelmäßigen Anordnung von Ringen, in denen Drähte enden. Auf der Oberseite befindet sich eine Metallschicht, die um jede Bohrung herum von einem photoleitendem Ring unterbrochen ist. Durch Belichtung eines dieser Ringe wird dort endende Draht mit dem zusammenhängenden Teil der Metallschicht elektrisch verbunden, der die gemeinsame Stromzuführung dient, und dadurch der Schalter geschlossen. Wenn man als Lichtquelle den Leuchtschirm einer Braunschen Röhre benutzt, kann man durch Ablenkung des Elektronenstrahls jede beliebige Verbindung innerhalb weniger Mikrosekunden ein- und ausschalten. Schon bei einem Durchmesser von 5 mm für ein einzelnes Schaltelement, der vermutlich aber noch beträchtlich verkleinert werden könnten mit einer Oszillographenröhre von 5 cm Schirmdurchmesser 10^4 verschiedene Verbindungen geschaltet werden.

b) Photoelemente, -dioden und -transistoren

Photoelemente benötigen im Gegensatz zu Photowiderständen keine besondere Stromquelle. Wegen ihrer geringeren Empfindlichkeit haben sie sich bisher durch viele Anwendungsgebiete erworben, das bekannteste ist wohl in photographischen Belichtungs- und Messern. Sie geben bei Belichtung unmittelbar einen Strom, der bei richtiger Anwendung guter Photoelemente der Bestrahlungsstärke weitgehend proportional ist. Dazu müssen das Photoelement und der äußere Stromkreis einen möglichst kleinen Gesamtwiderstand haben, damit wirklich der Kurzschlussstrom des Elements gemessen wird.

Wenn man ein Photoelement mit einer äußeren Vorspannung betreibt, findet man im Dunkeln eine mehr oder weniger gute Gleichrichtereigenschaft (Abb. 6) [42], die Wirkungsweise der Photozellen

demnach eng mit der der Sperrschicht-Gleichrichtung zusammen. Die Potentialverhältnisse sind in Abb. 8 dargestellt. Vorausgesetzt ist dort ein Defektelektron, z. B. Se, im Kontakt mit einem Metall, das die Konzentration der Defektelektroden in der Kontaktzone gegenüber dem Innern des Photoleiters herabsetzt. Durch den Übergang von Defektelektroden in das Metall entsteht eine negative Raumladung in der Kontaktzone, und diese erzeugt ein vom Metall zum Photoleiter gerichtetes elektrisches Feld, das die Ladungsträger in der gezeichneten Weise krümmt. Die Ladungsträger, die durch Absorption eines Lichtquants in der Kontaktzone erzeugt werden oder während ihrer Lebensdauer durch Diffusion dorthin gelangen können, werden durch das elektrische Feld voneinander getrennt. Das Elektron geht zum Metall, das Defektelektron in das Innere des Halbleiters. Das Photoelement liefert also, bezogen auf die in der Kontaktzone absorbierten Lichtquanten, einen Photostrom mit der Quantenausbeute 1. Bezogen auf das einfallende Licht ist sie zwar kleiner, denn ein Teil der Strahlung wird auch außerhalb der lichtempfindlichen Kontaktzone absorbiert, immerhin kann man mit guten Elementen aber doch Werte von der Größenzahl 0,5 erreichen.

Am weitesten verbreitet sind zur Zeit noch die Photoelemente, die sich von Se-Gleichrichtern im Prinzip nicht nur durch eine durchsichtige Elektrode, sondern auch aus CdO, unterscheiden. Neuerdings gehen aber auch die Photoelemente mehr und mehr über zu den als Photoleiter Halbleiter mit anders gut untersuchten Gleichrichtereigenschaften benutzt werden: Ge, Si, und III-V-Verbindungen, wie In und GaAs. Ihre Wirkungsweise ist im Prinzip ähnlich wie in Abb. 8 erläutert, nur liegt das empfindliche Raumladungsgebiet meistens im Inneren des Halbleiters in pn-Übergängen zwischen Bereichen mit Elektronenleitung und Defektleitung. Diese Elemente bezeichnet man gelegentlich als Photodioden, tatsächlich ist aber solch ein neuer Typus überflüssig.

Die langwellige Empfindlichkeitsgrenze bei Photoelementen ist durch den Bandabstand der benutzten Photoleiter festgelegt. Sie liegt zwischen $0,7 \mu$ beim blauen Se-Element und etwa $5,5 \mu$ bei InSb. Die Frequenzabhängigkeit der Photoströme ist bei Photoelementen ähnlich wie bei Photowiderständen. Nur ist die Laufzeit der Ladungsträger durch das Raumladungsgebiet sehr viel kürzer als τ_0 ; da aber auch die Ladungsträger zum Photostrom beitragen, der durch Diffusion in das Raumladungsgebiet gelangen, sind schließlich doch die Rekombinationszeiten zeitbestimmend.

Die Umwandlung von Strahlungsenergie in elektrische Energie mit Hilfe von Photoelementen ist grundsätzlich eine Möglichkeit, die Sonnenstrahlung direkt zur Gewinnung elektrischer Energie auszunutzen. Man kann jedoch schwer beurteilen, ob sich einmal dieser Wunsch mit wirtschaftlich tragbarem Aufwand verwirklichen lassen. Für Sonderzwecke eignen sich solche „Solarbatterien“, durchweg Si-Photoelemente, bereits gut bewährt, z. B. bei Funkverbindungen für die Stromversorgung schwacher Sender in entlegenen Gebieten. Man sollte sich keine Illusion über den energetischen Nutzeffekt machen. Langwelliges Licht, dessen Quantenenergie

kleiner ist als der Bandabstand, wird nicht ausgenutzt, und andererseits ergibt kurzwelliges Licht mit größerer Quantenenergie nur den gleichen Strom wie Licht aus dem Bereich der langwelligen Grenze. Aus diesen prinzipiellen Gründen kann man nur einen optimalen Nutzeffekt von etwa 25% erwarten, mit Si-Photoelementen werden ungefähr 10% erreicht.

Die Leerlaufspannung eines Photoelementes wächst zunächst etwa logarithmisch mit der Bestrahlungsstärke und nähert sich schließlich einem Grenzwert, der dem Bandabstand entspricht, also rund 1 V. Größere Spannungen kann man nur durch eine Serienschaltung vieler Elemente erhalten, jedoch gibt es Beispiele, wo diese Bedingung „von allein“ erfüllt ist. An synthetischen ZnS-Kristallen, in denen kubische und hexagonale Bereiche in großer Anzahl aufeinander folgen, wurden z. B. Photospannungen von einigen 100 V beobachtet. Leider ist aber der Widerstand dieser Kristalle zu groß ($> 10^{12} \Omega$), um nennenswerte Nutzleistungen zu erhalten [28].

Mehr der Kuriosität halber sei noch die „Atom-batterie“ erwähnt. In ihr befindet sich ein schwaches radioaktives Präparat, weiter ein Phosphor, der durch das Präparat zum Leuchten angeregt wird, und ein Photoelement, das durch den leuchtenden Phosphor angeregt wird. — Man kann ein Photoelement auch direkt durch Kernstrahlungen anregen, jedoch wird es dadurch bald zerstört, weil die energiereichen Strahlungen neue Störstellen in den Raumladungsgebieten erzeugen und so den pn-Übergang verändern. Wie der Kristallzähler ist es aber als Detektor und Zähler für schwache Strahlungen durchaus geeignet.

Eine Mittelstellung zwischen den Photoelementen und den Photowiderständen nimmt der Phototransistor ein [39]. Er ist ein normaler Transistor, jedoch mit freier Basis-Elektrode, der so konstruiert ist, daß einer seiner beiden pn-Übergänge gut von dem einfallenden Licht erreicht werden kann. Er wird mit einer äußeren Gleichspannung betrieben, wobei der dem Licht zugewandte pn-Übergang in Sperrrichtung gepolt ist. Man verzichtet also hier auf den wesentlichen Vorteil des Photoelementes, gewinnt jedoch dafür die bei Photowiderständen mögliche Verstärkung. Die Wirkungsweise wird durch Abb. 9 erläutert, in der die Potentialverhältnisse dargestellt sind. Wie bei Photowiderständen ist das Prinzip, zu verhindern, daß der durch die Lichtabsorption geschaffene Anregungszustand schnell mit den primär erzeugten freien Ladungen aus dem Photoleiter auswandert. In dem linken, dem Licht zugewandten pn-Übergang wird durch Absorption eines Lichtquants ein freies Trägerpaar erzeugt und wie beim Photoelement durch das elektrische Feld der Sperrschicht getrennt. Dabei gelangt das Defektelektron in das p-leitende Basisgebiet. Dort wird es sozusagen eingefangen, denn es kann dieses Gebiet nur durch Überwinden der Potentialschwelle am rechten pn-Übergang verlassen. Ähnlich wie mit den Überlegungen zu Gl. (14) folgt daraus

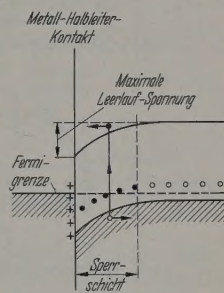


Abb. 8. Wirkungsweise eines Photoelements, schematisch

eine Verstärkung. An Ge-Transistoren wurden Verstärkungsfaktoren bis zu 1000 gemessen, bei einem gewöhnlichen Ge-Photoleiter ist dagegen nach Gl. (16)

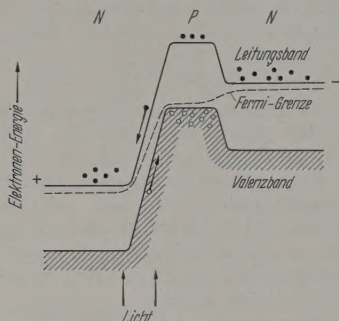


Abb. 9. Wirkungsweise eines Phototransistors, schematisch

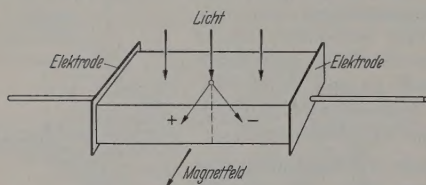


Abb. 10. Schema des photo-elektro-magnetischen Effekts

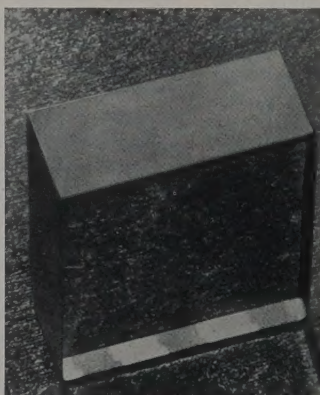
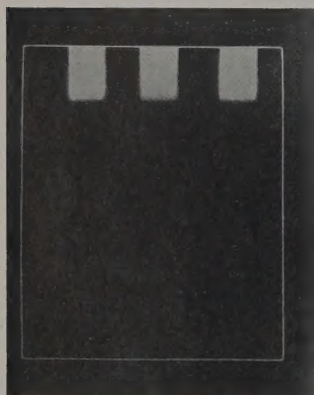


Abb. 11. Die Oberfläche eines AgCl-Kristalls wurde mit stark absorbiertem Licht beleuchtet, während ein elektrisches Feld angelegt war. Dann wird das Silber nicht an der Oberfläche abgeschieden sondern tiefer im Innern oder gar an der unteren Fläche (linke Aufnahme bei Dunkelfeld-, rechte bei Hellfeldbeleuchtung)

der Wert nur von der Größenordnung 1. Ein Vergleich etwa mit CdS gibt hier ein falsches Bild. Sehr große Verstärkungsfaktoren nach Gl. (17) erhält man im allgemeinen nur bei Photoleitern mit großem Bandabstand, aber die sind nicht ultrarotempfindlich wie das Germanium.

c) Der photo-elektro-magnetische Effekt

Eine andere Anordnung, die ebenfalls Photoströme ohne eine äußere Stromquelle erzeugt, ist bereits vor längerer Zeit zufällig entdeckt, aber erst in den letzten Jahren systematisch untersucht worden [1]. Das Prinzip ist in Abb. 10 dargestellt.

Auf einen Photoleiter fällt von oben her Licht, das stark absorbiert wird. Dadurch entstehen in der Oberfläche freie Ladungen beiderlei Vorzeichens. Sie

diffundieren auf Grund ihrer thermischen Bewegung in das Innere des Photoleiters und werden durch ein Magnetfeld senkrecht zur Papierebene voneinander getrennt. Zwischen den beiden seitlichen Elektroden entsteht dadurch eine Spannung oder Kurzschluß ein Photostrom. Die ladungstrennenden Kräfte sind hier also Lorentz-Kräfte in einem Magnetfeld statt der Coulomb-Kräfte in einem elektrischen Feld bei Photoelementen. — Der maximale Photostrom entspricht auch hier einer Quantenausbeute. Da diese auch von den einfacheren Photoelementen bereits nahezu erreicht wird, ist nicht anzunehmen, daß der photo-elektro-magnetische Effekt größere Bedeutung gewinnen wird, höchstens vielleicht für spezielle Sonderzwecke.

d) Photoleitung und photographische Prozesse

Durch die optische Anregung entstehen in einem Photoleiter freie Ladungsträger. Ihr weiteres Schicksal interessiert im Hinblick auf die Photoleitung nur insofern, als dadurch stationäre Trägerkonzentration, also die Größe der Photoströme mitbestimmt wird. Dagegen sind gerade die Photochemieprozesse für zwei eng verwandte Gebiete wichtig. Bei der Phosphoreszenz ist es die Lichtemission, die bei Rekombinationen erfolgen kann, und bei photographischen Prozessen sind es die chemischen Reaktionen, die durch die Umladung von Störstellen eingeleitet werden können. An dieser Verwandtschaft sei hier nur durch ein Beispiel erinnert. In Abb. 11 ist ein AgCl-Kristall mit stark absorbiertem Licht

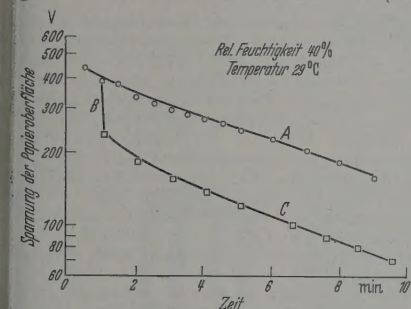
von oben her beleuchtet worden. Während der Belichtung wurde kurzzeitig ein elektrisches Feld angelegt, durch das die in der Oberfläche entstandenen freien Ladungsträger nach unten in den Kristall gezogen wurden. Am Ende ihrer Lebensdauer werden sie zur Bildung von metallischem Silber eingefangen, das nach ausreichend langer Belichtung des Kristalls sichtbar schwärzt und bei der Dunkelbelichtung in Abb. 11 hell erscheint. In einer Variante des Versuchs war das elektrische Feld so lange eingeschaltet, daß die Elektronen den ganzen Kristall durchlaufen konnten. Gleichzeitig durchsetzte ein Magnetfeld den Kristall senkrecht zur Papierebene, so daß die Lorentz-Kräfte die Elektronen durch den Kristall abgelenkt. Um ihre Wirkung zu zeigen, den Hall-Effekt, sichtbar zu machen, wurde der Kristall zweimal belichtet, zunächst die vordere Hälfte der oberen Fläche, dann die hintere Hälfte der unteren Fläche, wobei das Magnetfeld auf den Betrachter hin und dann zurück gerichtet wurde. Darum sind die Silberabscheidungen an der unteren Kristallfläche gegeneinander versetzt. Diese Verschiebung beweist nicht nur den engen Zusammenhang

zwischen der Photoleitung und dem photographischen Prozess, sondern auch, daß man bei Halbleitern, die sind zugleich ein sehr direktes Material zur Messung der Elektronenbeweglichkeit in Halbleitern.

e) Xerographie, Electrofax [38], [45]

Mit diesen Namen bezeichnet man zwei im Prinzip sehr ähnliche photographische Reproduktionsverfahren, die eine direkte Anwendung der Photoleitung sind. Bei ihnen erzeugt man zunächst ein „latentes“ Ladungsbild auf einem Photoleiter, der im Dunkelzustand isoliert, und „entwickelt“ es dann durch das Streuen eines Pigmentpulvers, so wie schon L. BERG die Verteilung von Ladungen auf der Oberfläche eines Isolators sichtbar gemacht hat. Bei der Xerographie wird als Photoleiter eine dünne Silberschicht benutzt, beim Electrofax-Verfahren ein gewöhnliches Papier, in dessen Oberfläche ein feines

photoleitendes ZnO-Pulver mit einem organischen Bindemittel eingebettet ist. Durch irgendein Verfahren lädt man die Oberfläche elektrisch auf, z. B. in einer Korona-Entladung. Dann projiziert man ein Bild auf den Photoleiter, und dabei fließen die Ladungen an den belichteten Stellen ab (Abb. 12).



Die Ladung auf der Oberfläche eines unbelichteten Electrofax nimmt entsprechend der Kurve A mit einer Relaxationszeit von 1 min ab. Das entspricht einer spezifischen Leitfähigkeit von rund 10^{-14} cm^{-1} . Während einer Belichtung bei B fließt die Ladung sehr rasch ab, danach folgt der gleiche langsame Abfall wie bei A. Der Unterschied zwischen A und C erklärt, warum das Pigmentpulver nur an den belichteten Stellen haftet. Statt der Oberflächenladung wurde hier die Ladung der Papieroberfläche gegen Erdpotential gemessen, die der Ladung proportional ist.

Man nun das Pigmentpulver aufstreut, wird es an den noch geladenen Stellen durch Coulombkräfte festgehalten, und dadurch wird das Bild erzeugt. Man kann es auf mancherlei Weise fixieren, am einfachsten durch leichtes Erwärmen, wobei das Pigmentpulver in dem organischen Bindemittel festklebt. Das Auflösungsvermögen und die Lichtempfindlichkeit dieser Verfahren sind der konventionellen Photographie mit Silberhalogeniden praktisch gleichwertig.

f) Vidicon, Resistron [44]

Ladungsbilder auf Photoleitern werden auch bei einer Gruppe von Fernseh-Aufnahmerröhren ausgenutzt, die von den verschiedenen Herstellerfirmen mit den obigen Namen bezeichnet werden. Bei ihnen wird das zu übertragende Bild auf einen Photoleiter projiziert, der einem Elektronenstrahl abgetastet und gleichzeitig aufgeladen wird (Abb. 13). An den unbelichteten Stellen bleibt die Ladung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Abtastungen erhalten. An den belichteten Stellen fließt sie in der Zwischenzeit entsprechend der Bestrahlungsstärke zum Teil ab und wird darum bei der nächsten Abtastung vom Elektronenstrahl ersetzt. Das gibt einen Stromimpuls, der in geeigneter Weise weiterverwertet werden kann, in der üblichen Weise angedeutet durch den RC-Eingang eines Verstärkers.

Im öffentlichen Fernsehen hat sich diese Art von Aufnahmerröhren noch nicht eingebürgern können, weil

die zeitliche Trägheit der für diesen Zweck brauchbaren Photoleiter noch zu groß ist und darum schnelle Bewegungen in dem übertragenen Bild nur unscharf wiedergegeben werden. Es dürfte aber nur eine Frage der Zeit sein, bis man bessere Photoleiter findet. Im industriellen Fernsehen haben sich diese Röhren bereits weitgehend durchgesetzt. Wie bei der Xerographie und beim Electrofax-Verfahren erreicht die

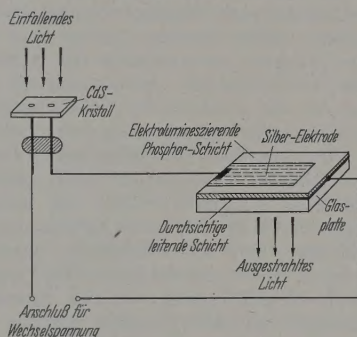


Abb. 14. Schema eines Lichtverstärkers. Daraus wird ein Lichtspeicher, wenn man den CdS-Photoleiter direkt vor die Elektrolumineszenz-Zelle bringt

Quantenausbeute bei diesen Aufnahmerröhren praktisch den Wert 1. Sie sind darum empfindlicher als andere Röhren, bei denen der äußere Photoeffekt ausgenutzt wird, und mit ultrarotempfindlichen Photoleitern ist schon jetzt ein Spektralbereich bis über 2μ zugänglich, der mit dem äußeren Photoeffekt nicht erreicht werden kann.

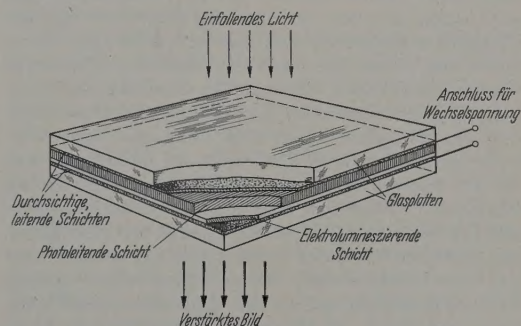


Abb. 15. Aufbau eines Bildverstärkers, schematisch

g) Photoleitung und Elektrolumineszenz

Eine Reihe von Anwendungen der Photoleitung ergibt sich durch die Kombination eines Photoleiters mit einer Lichtquelle, die sich wechselseitig beeinflussen. Besonders geeignet sind dafür elektrolumineszierende Stoffe als Lichtquellen.

Schaltet man einen Photoleiter und einen solchen Phosphor in Reihe, so erhält man bei richtiger Dimensionierung einen Lichtverstärker (Abb. 14): Der Widerstand des unbelichteten Photoleiters ist so groß, daß der Spannungsabfall am Phosphor nicht ausreicht, um diesen zum Leuchten anzuregen. Bei einer schwachen Belichtung des Photoleiters kann sein Widerstand aber so weit abnehmen, daß der Phosphor dann weit mehr Licht ausstrahlt, als zur Belichtung des Photoleiters erforderlich ist [17], [26], [27], [37].

Wenn das vom Phosphor ausgesandte Licht auch auf den Photoleiter trifft und ihn ausreichend erregt, wird aus dieser Anordnung ein *Lichtspeicher*. Nach einmaliger Erregung des Photoleiters durch eine äußere Lichtquelle zündet der Phosphor und leuchtet dann auch nach Abschalten der äußeren Lichtquelle weiter [37].

Wenn man bei diesem Lichtspeicher einen zweiten Photoleiter parallel zum Phosphor schaltet, kann man das Leuchten wieder löschen, indem man diesen Photoleiter belichtet, weil dadurch der Spannungsabfall über dem Phosphor zusammenbricht. Diese Anordnung hat also zwei stabile Arbeitspunkte, und der Übergang zwischen beiden erfolgt durch Belichtung des einen oder des anderen Photoleiters. Diese als *Optron* bezeichnete Kombination kann grundsätzlich die gleichen Aufgaben erfüllen wie andere bistabile Schaltelemente, z.B. der Schalttransistor oder ferromagnetische und ferroelektrische Speicherelemente, etwa in Rechenautomaten. Das Optron ist diesen durchaus gleichwertig, was die Kosten, den Leistungsbedarf und das Volumen betrifft — das bisher kleinste zuverlässig arbeitende Optron hat ein Volumen von nur 1 mm³. Nur durch die noch relativ große Zeitkonstante des Photoleiters von etwa 10 μ sec ist das Optron den anderen Speicherelementen bislang unterlegen [27].

In der flächenhaften Ausführungsform nach Abb. 15 wird aus dem *Lichtverstärker* ein *Bildverstärker*, der z.B. die Beobachtung lichtschwacher Leuchtschirmbilder bei Röntgenuntersuchungen sehr erleichtern und auch bei der Großprojektion von Fernsehbildern angewandt werden könnte. Das zu verstärkende Bild wird durch die obere durchsichtige Elektrode auf den Photoleiter projiziert, und das verstärkte Bild kann durch die zweite gleichfalls durchsichtige Elektrode hindurch betrachtet werden. Um eine optische Rückkopplung zu vermeiden, müssen hier der Photoleiter und der Phosphor durch eine undurchsichtige Zwischenschicht getrennt werden, es sei denn, man will die Rückkopplung für eine zusätzliche Verstärkung ausnutzen. Allerdings muß man dann dafür sorgen, daß die Anordnung nicht durch eine Selbsterregung, das Kennzeichen jeder Rückkopplung, instabil wird wie beim Lichtspeicher. Dieser Bildverstärker spricht auf jede Strahlung an, die den Widerstand des Photoleiters erniedrigt. Er ist also bei entsprechender Wahl des Photoleiters auch als Bildwandler für Ultrarot- und Röntgenstrahlung brauchbar. Bei befriedigender Bildqualität ist bis jetzt eine mehr als 100fache Verstärkung erreicht worden [17], [26], [29].

Diese Zusammenstellung von Anwendungen der Photoleitung ist zwar nicht vollständig, das ist aber auch nicht die Absicht dieses Überblicks. Nachdem schon im ersten Teil unter Verzicht auf zahlreiche

Einzelheiten nur die grundsätzlichen Überlegungen skizziert worden sind, wie man die Vorgänge bei Photoleitung physikalisch zu deuten hat, sollte der zweite nur über die wichtigsten jetzigen und ein Möglichkeiten für zukünftige Anwendungen berich-

Literatur: Zusammenfassende Darstellungen: [1] BRECHT, R.G. (Herausgeb.): *Photoconductivity Conference*. New York: J. Wiley & Sons 1956. — [2] FOX, J. (Herausgeb.): *Solid State Phenomena in Electric Circuits*. New York: Polytechnic Institute of Brooklyn/Interscience Publ. 1957. [3] GARLICK, G.F.J.: *Handbuch der Physik*, Bd. 19, S. 1. Berlin: Springer 1956. — [4] GÖRLICH, P.: *Photoelektrische Teil I: Herstellung und Eigenschaften; Teil II: Anwendung*. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft 1951/1954. [5] JONES, R.C.: *Adv. Electronics* 5, 1 (1953). — [6] MITCHELL, T.S.: *Photoconductivity in the Elements*. London: Butterworths Scientific Publ. 1952. — [7] SIMON, H., u. R. STÖCKMANN: Der lichtelektrische Effekt und seine Anwendung. Berlin: Springer 1958. — [8] SMITH, R.A.: *Adv. Physics* 3, 321 (1953). — [9] SMITH, R.A., F.E. JONES und R.P. CHAMBERLAIN: *The Detection and Measurement of Infrared Radiation*. Oxford: Clarendon Press 1957. — [10] ZWORYKIN, V.K., E.G. RAMBERG: *Photoelectricity and its Applications*. New York: J. Wiley & Sons 1949.

Einzelarbeiten: [11] BATT, E., u. F. STÖCKMANN: *Z. Naturforsch.* 13a, 352 (1958). — [12] BESS, L.: *Phys. Rev.* 146, 1469 (1957). — [13] BRAMLEY, A., und J.E. ROSENTHAL: *Solid State Phenomena* (I. c.), S. 289. — [14] BROSE u. R. BROSE-WARMINSKY: *Ann. Phys.* (6) 16, 361 (1955). [15] BUBE, R.H.: *J. Chem. Phys.* 21, 1409 (1953). — [16] BE, R.H.: *Photoconductivity Conference* (I. c.), S. 575. [17] DIEMER, G., H.A. KLASSEN und J.G. VAN SANTEN: *Phys. Res. Rep.* 10, 401 (1955). — [18] FAN, H.Y.: *Solid State Physics* 1, 283 (1955). — [19], [20] GUDDEN, B., u. R.W. POOL: *Z. Physik* 16, 170 (1923); 17, 331 (1923). — [21] HALPERN, R.E. (zitiert): *Solid State Phenomena* (I. c.), S. 285. — [22] HAYNES, J.R., und R. SHOCKLEY: *Phys. Rev.* 82, 935 (1951). [23] HEILAND, G., E. MOLLWO und F. STÖCKMANN: *Solid State Physics* (im Druck). — [24] HILSCH, R., u. R.W. POOL: *Z. Physik* 108, 55 (1938); 112, 252 (1939). — [25] HILSCH, R., u. E.S. RITTNER: *J. Chem. Phys.* 14, 370 (1946). [26] KAZAN, B., und F.H. NICOLL: *Proc. Inst. Radio Engrs.* 43, 1888 (1955). — [27] LOEBNER, E.E.: *Proc. Inst. Radio Engrs.* 43, 1897 (1955). — [28] MERZ, W.J.: *Helv. Phys. Acta* 31, 625 (1958). — [29] ORTHUEBER, R.K., und L. ULLERY: *J. Opt. Soc. Amer.* 44, 297 (1954). — [30] POHL, R.W., u. F. STÖCKMANN: *Ann. Phys.* (6) 275 (1947); 6, 89 (1949). — [32] POLKE, M., G. STÖCKMANN u. F. STÖCKMANN: *Z. Physik* 154, 51 (1959). — [33] ROSE, A.: *RCA-Review* 12, 362 (1951). — *Proc. Inst. Radio Engrs.* 43, 1850 (1955). — *Phys. Rev.* 97, 322 (1955). *Progr. Semicond.* 2, 109 (1957) (London: Heywood & Co.). [37] ROSENTHAL, J.E.: *Proc. Inst. Radio Engrs.* 43, 1897 (1955). — [38] SCHAFFERT, R.M., und C.D. OUGHTON: *Opt. Soc. Amer.* 38, 991 (1948). — [39] SHOCKLEY, W., M. SPARKS und G.K. TEAL: *Phys. Rev.* 83, 151 (1951). [40] bis [43] STÖCKMANN, F.: *Z. Physik* 138, 404 (1951); 143, 348 (1955); 147, 544 (1957). — *Photocond. Conf.* (I. c.), S. 269. — [44] WEIMER, P.K., S.V. FORGUE und R.R. GORRICH: *Electronics* 23, H. 5, 70 (1950). — [45] YOUNG, C., und H.C. GREIG: *RCA-Review* 15, 469 (1954).

Professor Dr. F. STÖCKMANN,
Physikalisches Institut
der Technischen Hochschule Darmstadt